



## 次重力波产生机制与演化规律研究进展

柳叶, 廖智凌, 刘琦, 李绍武

### Review on generation and evolution of infragravity waves

Liu Ye, Liao Zhiling, Liu Qi, Li Shaowu

在线阅读 View online: <https://doi.org/10.12284/hyxb20260002>

### 您可能感兴趣的其他文章

#### Articles you may be interested in

##### 不同受损情况下珊瑚礁海岸动力地貌差异性分析

Morphodynamic analysis on fringing reef coasts under different damage conditions

海洋学报. 2022, 44(3): 61–69 <https://doi.org/10.12284/hyxb2022025>

##### 珊瑚礁冠层水动力学问题研究综述

A review of coral reef canopy hydrodynamics

海洋学报. 2024, 46(1): 1–11 <https://doi.org/10.12284/hyxb2024002>

##### 珊瑚礁海岸波流运动特性整体物理模型实验研究

Three dimensional physical modelling study on wave and current characteristics in coral reef coastal system

海洋学报. 2021, 43(5): 110–119 <https://doi.org/10.12284/hyxb2021087>

##### 基于多时相多光谱遥感影像的珊瑚礁面积估算方法研究

Estimation of coral reef area from multi-temporal and multi-spectral satellite images: A case study on Lingyang Reef, Xisha Islands

海洋学报. 2022, 44(8): 151–168 <https://doi.org/10.12284/hyxb2022138>

##### 礁面大糙率存在下孤立波传播变形及爬高实验研究

Laboratory study of solitary wave transformation and run-up over reefs with large reef roughness

海洋学报. 2021, 43(3): 24–30 <https://doi.org/10.12284/hyxb2021053>

##### 短峰畸形波生成、演化过程的外部特征研究

Study on the external characteristics of the generation and evolution of short-crested freak waves

海洋学报. 2023, 45(7): 79–89 <https://doi.org/10.12284/hyxb2023093>

关注微信公众号, 获得更多资讯信息

柳叶, 廖智凌, 刘琦, 等. 次重力波产生机制与演化规律研究进展[J]. 海洋学报, 2026, 48(2): 1–18, doi:10.12284/hyxb20260002

Liu Ye, Liao Zhiling, Liu Qi, et al. Review on generation and evolution of infragravity waves[J]. Haiyang Xuebao, 2026, 48(2): 1–18, doi:10.12284/hyxb20260002

# 次重力波产生机制与演化规律研究进展

柳叶<sup>1</sup>, 廖智凌<sup>2</sup>, 刘琦<sup>1</sup>, 李绍武<sup>1</sup>

(1. 天津大学 水利工程智能建设与运维全国重点实验室, 天津 300072; 2. 赫瑞-瓦特大学 基础设施与环境研究所 莱尔地球与海洋科学与技术中心, 爱丁堡 EH14 4AS)

**摘要:** 次重力波 (周期 25~250 s) 是近岸水动力过程的关键组成部分, 对海岸地貌演变和工程安全具有重要影响。本文从质量、动量与能量守恒方程出发, 系统综述了次重力波产生机制与演化规律的最新研究进展。在产生机制方面, 阐述了波群约束、移动破波点驱动、段波融合和海上阵风作用 4 种机制, 讨论了约束长波理论从经典平衡解到非平衡解的发展, 以及近期提出的格林函数统一解。在传播演化方面, 介绍了次重力波在变浅岸滩上的相位变化与能量转移、非线性浅化、近岸耗散及岸线反射规律, 探讨了离岸凸起地形和珊瑚礁陡变地形对次重力波的放大效应。文章还指出次重力波在演化过程中存在随机性。最后, 对未来研究方向进行了展望, 为次重力波的进一步研究和应用提供参考。

**关键词:** 次重力波; 辐射应力; 约束长波; 移动破波点驱动; 非线性浅化; 珊瑚礁

中图分类号: P731.22

文献标志码: A

文章编号: 0253-4193(2026)02-0001-18

## 1 引言

海洋次重力波 (infragravity waves) 是指频率介于 0.004~0.04 Hz (周期约 25~250 s) 的长周期波动, 作为海洋表面波的重要组成部分, 其在近岸水动力过程、海岸地貌演变和工程安全中具有重要影响。由于其波长常达数百米至数千米, 常被称作“长波”, 以区别于周期更短的风浪和涌浪 (“短波”)。

该现象最早于 1949 年由 Munk<sup>[1]</sup> 和 1950 年 Tucker<sup>[2]</sup> 在破波带观测时发现, 并命名为“碎波拍 (surf beat)”。早期研究认为其与波浪破碎存在密切关联, 后续研究逐步揭示了其多源生成机制与传播规律。目前普遍认为次重力波主要通过波群约束长波机制<sup>[3]</sup> 和破波驱动长波机制<sup>[4]</sup> 生成。在深水区, 波群产生的辐射应力散度驱动形成与波群包络反相位的约束长波, 此类波动以波群速传播, 被称作“约束长波 (bound long wave)”或“锁相长波 (phase-locked long wave)”, 相

速度小于同周期的自由表面重力波<sup>[3]</sup>。在传入浅水区后, 其逐渐转变为自由波, 经地形影响其波高可显著增大至数十厘米<sup>[5-6]</sup>, 在风暴条件下可达 1~2 m<sup>[7-8]</sup>。与此同时, 在破波区内, 波群中不同大小的短波于不同水深处破碎, 破波点位置随之震荡, 由此引发的动态增水效应引起水体低频波动<sup>[4]</sup>。此类波动与波群包络同相位, 产生后自由传播, 在陡坡海岸附近较为常见。这两种机制生成的次重力波与来自外海的自由长波 (例如自别处岸线增大、释放并反射后的次重力波) 相互叠加, 通常为近岸次重力波场的主要贡献者<sup>[9]</sup>, 是影响近岸动力过程的重要因素。

在近岸地貌演变中, 次重力波因其长周期特性, 成为驱动海岸水位波动与输运沉积物的关键动力, 尤其在风暴期间, 可以显著扰动粗颗粒泥沙, 是塑造海滩剖面、影响短期地貌演变的重要因素<sup>[10-11]</sup>。在海岸工程安全方面, 次重力波是波浪爬高和越浪的主要动力之一<sup>[12-14]</sup>, 尤其在珊瑚礁海岸, 海堤等结构会改

收稿日期: 2025-10-15; 修订日期: 2026-01-06。

基金项目: 国家自然科学基金 (52201333); 天津市科技计划项目 (25ZXZSS00840)。

作者简介: 柳叶 (1990—), 男, 湖北省襄阳市人, 副研究员, 主要从事非线性波浪演变研究。E-mail: liuye2009@tju.edu.cn

变地形共振周期,一旦与次重力波周期匹配,便将显著增大波浪荷载与越浪量,严重威胁岛礁生态与工程安全<sup>[15]</sup>。在港口运营方面,它易引发港湾共振,直接威胁船只的泊稳条件与安全<sup>[16-17]</sup>。在海上大型浮体运动方面,尽管大洋中次重力波能量有限,但因其波长较长,易与海洋平台等浮体结构发生共振,引发大幅慢漂运动,进而影响其正常作业与安全<sup>[18]</sup>。研究还表明,在如北大西洋这种半封闭海域中,风暴期间自由次重力波的能量可能显著高于约束波<sup>[19]</sup>,这对海岸安全评估带来了新的挑战。

鉴于次重力波动力过程的复杂性,本文将从其动力学守恒方程理论基础出发,系统阐述次重力波的产生机制、传播与演化规律,并在此基础上对未来研究方向进行展望。

## 2 动力学守恒方程

在无外界能量交换的情况下(如风、地震、底部耗散等),次重力波的能量主要源自短波间非线性相互作用引发的能量在高、低频之间的转移,其演化过程可通过包含短波作用项的动力学方程进行研究。该理论体系的建立历经了两个关键阶段,Longuet-Higgins 和 Stewart<sup>[20]</sup>基于由其提出的短波辐射应力概念建立了用以描述此过程的能量方程,为理论发展奠定了基础,随后 Whitham<sup>[21]</sup>进一步拓展并系统建立了完整的质量、动量与能量守恒方程组,从而构成了该研究领域的核心理论框架。

考虑在  $x$ - $y$  平面上由短波  $z = \eta(x, y, t)$  和次重力波  $z = \bar{\eta}(x, y, t)$  叠加而成的波面  $\eta = \bar{\eta} + \eta'$ , 其中  $\bar{(\ )}$  表示在短波周期上的时间平均,  $z = 0$  表示静水高程。假设流体无黏性、无旋且不可压缩,欧拉场中质量及动量守恒方程为

$$\begin{cases} \nabla \cdot \mathbf{u} = 0, \\ \rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \rho \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p + \rho g \mathbf{k} = 0, \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $\mathbf{u} = u\mathbf{i} + v\mathbf{j} + w\mathbf{k}$  为速度矢量,  $\nabla = \partial/\partial x\mathbf{i} + \partial/\partial y\mathbf{j} + \partial/\partial z\mathbf{k}$  为哈密顿算子,  $\mathbf{i}$ ,  $\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{k}$  分别为  $x$ ,  $y$ ,  $z$  方向上的单位矢量,  $p$  为流体压力,  $\rho$  为水体密度,  $g$  为重力加速度。式(1)中的动量方程亦可改写为

$$\rho \frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \left( \frac{1}{2} \rho |\mathbf{u}|^2 + p + \rho g z \right) = 0. \quad (2)$$

在自由表面  $z = \eta(x, y, t)$  和底床  $z = -h(x, y)$  处,需满足运动学边界条件

$$\begin{cases} w = \mathbf{u}_h \cdot \nabla_h \eta + \frac{\partial \eta}{\partial t} & (z = \eta), \\ w = -\mathbf{u}_h \cdot \nabla_h h & (z = -h), \end{cases} \quad (3)$$

其中  $\mathbf{u}_h$ 、 $\nabla_h$  为水平方向的流速矢量和哈密顿算子。

### 2.1 质量守恒方程

通过对(1)中连续方程垂向积分及进行短波周期平均,联合边界条件(3),可得次重力波的质量守恒方程:

$$\frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \nabla_h \cdot \bar{\mathbf{Q}} = 0, \quad (4)$$

式(4)表明,次重力波面  $\bar{\eta}(x, y, t)$  的时变加速度与低频流量矢量  $\bar{\mathbf{Q}}(x, y, t) = \int_{-h}^{\eta} \mathbf{u}_h \mathbf{d}z$  的散度相平衡。

将水平流速  $\mathbf{u}_h$  分解为次重力波尺度的低频分量  $\bar{\mathbf{u}}_h(x, y, t)$  和短波尺度的高频分量  $\mathbf{u}'_h(x, y, z, t)$  后,可以将  $\bar{\mathbf{Q}}$  表达为欧拉平均流  $\bar{\mathbf{Q}}_{lw}$  和短波 Stokes 输移  $\bar{\mathbf{Q}}_{sw}$  之和,即

$$\bar{\mathbf{Q}} = \bar{\mathbf{Q}}_{lw} + \bar{\mathbf{Q}}_{sw} = \bar{\mathbf{u}}_h(\bar{\eta} + h) + \int_{\bar{\eta}}^{\eta} \mathbf{u}'_h \mathbf{d}z, \quad (5)$$

据此可明确次重力波的质量输移流速不是  $\bar{\mathbf{u}}_h$ , 亦不是  $\bar{\mathbf{u}}'_h$ , 而应定义为

$$\mathbf{U} = \frac{\bar{\mathbf{Q}}}{\bar{\eta} + h}. \quad (6)$$

$\mathbf{U}$  为类似于拉格朗日平均流速的物理量,是分析短波和次重力波之间能量传递的关键参数。Phillips<sup>[22]</sup>称其为“假想的低频流动”, Mei 等<sup>[23]</sup>提出,应用式(6)分离次重力波流速与短波流速,可避免对波峰与波谷间水面的外推计算,具有较高的可靠性,且所得辐射应力与 Phillips<sup>[22]</sup>的定义式一致。 $\mathbf{U}$  在近岸水域的时均值通常不为零,其正负与大小取决于次重力波水面波动对局部水深的调制作用与短波 Stokes 输移作用之间的相对强弱<sup>[24]</sup>。

### 2.2 动量守恒方程

对(1)中动量方程进行垂向积分和短波周期平均,结合边界条件(3),可得次重力波的动量守恒方程

$$\rho \frac{\partial \bar{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \nabla_h \cdot \left( \int_{-h}^{\eta} \rho \mathbf{u}_h \mathbf{u}_h + p \mathbf{I} \mathbf{d}z \right) - \overline{(\rho \nabla_h z)} \Big|_{z=-h}^{\eta} = 0, \quad (7)$$

式中,  $\mathbf{u}_h \mathbf{u}_h$  为水平流速矢量张成的二阶张量,  $\mathbf{I}$  为二阶单位张量。进行速度分解后,上式的动量输运项可表达为

$$\int_{-h}^{\eta} \mathbf{u}_h \mathbf{u}_h \mathbf{d}z = \frac{\bar{\mathbf{Q}} \bar{\mathbf{Q}}}{\bar{\eta} + h} - \frac{\bar{\mathbf{Q}}_{sw} \bar{\mathbf{Q}}_{sw}}{\bar{\eta} + h} + \int_{-h}^{\eta} \mathbf{u}'_h \mathbf{u}'_h \mathbf{d}z, \quad (8)$$

式中的第一项代表低频流动的垂向平均质量输移速度引起的动量对流,第二项和第三项均代表由于短波运动而引起的在短波周期上平均后的净动量输移。根据式(8)和次重力波周期上的水体静压假定  $\bar{p} = \rho g(\bar{\eta} - z)$ , 式(7)改写为

$$\rho \frac{\partial \bar{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \nabla_h \cdot \left[ \rho \frac{\bar{\mathbf{Q}} \bar{\mathbf{Q}}}{\bar{\eta} + h} + \mathbf{S} \right] + \rho g(\bar{\eta} + h) \nabla_h \bar{\eta} = 0, \quad (9)$$

其中以下张量

$$\mathbf{S} = \overline{\int_{-h}^{\eta} \rho \mathbf{u}'_h \mathbf{u}'_h + p \mathbf{I} dz} - \frac{1}{2} \rho g (\bar{\eta} + h)^2 \mathbf{I} - \rho \frac{\bar{\mathbf{Q}}_{sw} \bar{\mathbf{Q}}_{sw}}{\bar{\eta} + h}, \quad (10)$$

为由短波运动引起的剩余动量流,即辐射应力张量。动量守恒方程(9)与质量守恒方程(4)一起构成了含辐射应力项的次重力波运动非线性控制方程组。

式(10)表明辐射应力的量级与短波波能(短波波幅平方)相同,因此式(9)中低频波面和流量的一次项均为短波波幅平方量级,其余非线性项为波幅四次方量级,在二阶精度下可忽略,得到目前广泛应用的线性化动量方程

$$\rho \frac{\partial \bar{\mathbf{Q}}}{\partial t} + \rho g h \nabla_h \bar{\eta} + \nabla_h \cdot \mathbf{S} = 0. \quad (11)$$

该方程中,辐射应力的散度是驱动次重力波产生和演化的源项。因为次重力波自身的非线性效应通常仅在离岸极近、水深极浅的区域(如内破波区和波浪爬坡区)才较为显著,上式在包括外破波区在内的大部分近岸海域都具有实际意义。

### 2.3 机械能守恒方程

从连续性方程、动量方程及边界条件[式(1)~(3)]可得到沿水深积分并经过短波周期平均的能量守恒方程。通过将该方程中的水面高程和速度矢量分解为短波与次重力波分量,可分离出短波与次重力波的能量守恒方程。其中,短波的能量守恒方程为

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( E_{sw} - \frac{1}{2} \rho \frac{|\bar{\mathbf{Q}}_{sw}|^2}{\bar{\eta} + h} \right) + \nabla_h \cdot \left( \mathbf{F}_{sw} + \bar{\mathbf{u}}_h E_{sw} - \frac{1}{2} \rho \frac{|\bar{\mathbf{Q}}_{sw}|^2}{\bar{\eta} + h} \mathbf{U} \right) + (\mathbf{S} \cdot \nabla_h) \cdot \bar{\mathbf{u}}_h - \frac{\bar{\mathbf{Q}}_{sw}}{\bar{\eta} + h} \cdot (\nabla_h \cdot \mathbf{S}) = 0, \quad (12)$$

式中,  $E_{sw} = \overline{\int_{-h}^{\eta} \frac{1}{2} \rho |\mathbf{u}'_h|^2 dz} + \frac{1}{2} \rho g \bar{\eta}^2$  为短波波能,  $\mathbf{F}_{sw} = \overline{\int_{-h}^{\eta} \mathbf{u}'_h \left[ \frac{1}{2} \rho |\mathbf{u}'|^2 + p + \rho g (z - \bar{\eta}) \right] dz}$  为短波波能流。

上式第三项代表辐射应力为抵抗低频流动产生的平面切变而做的功,第四项代表辐射应力散度对短波运动引起的低频质量输移流速所作的功。由  $\bar{\mathbf{Q}}_{sw}$  定义[式(5)]可知,式(12)中时间导数中第二项量级为短波的振幅比上水深平方倍的波能,即  $(a/h)^2 E_{sw}$ 。因此当  $a/h \ll 1$  时,式(12)简化为

$$\frac{\partial E_{sw}}{\partial t} + \nabla_h \cdot (\mathbf{F}_{sw} + \bar{\mathbf{u}}_h E_{sw}) + (\mathbf{S} \cdot \nabla_h) \cdot \bar{\mathbf{u}}_h = 0. \quad (13)$$

从总波能守恒方程中减去短波波能守恒方程(12),可得次重力波能量守恒方程为

$$\frac{\partial E_{lw}}{\partial t} + \nabla_h \cdot \mathbf{F}_{lw} + \mathbf{U} \cdot (\nabla_h \cdot \mathbf{S}) = 0, \quad (14)$$

其中次重力波能为

$$E_{lw} = \frac{1}{2} \rho \frac{|\bar{\mathbf{Q}}|^2}{\bar{\eta} + h} + \frac{1}{2} \rho g \bar{\eta}^2, \quad (15)$$

波能流为

$$\mathbf{F}_{lw} = \bar{\mathbf{Q}} \left( \frac{1}{2} \rho |\mathbf{U}|^2 + \rho g \bar{\eta} \right). \quad (16)$$

Schäffer<sup>[25]</sup>指出,由于Phillips<sup>[22]</sup>缺失了式(12)中的第四项,其在式(14)的第三项中错误地采用了线性低频流速  $\bar{\mathbf{u}}_h$ ,而未使用垂向平均的低频质量输移流速  $\mathbf{U}$ [式(6)]。正确表达该项至关重要,因为它在方程(14)中属于非齐次项,反映了辐射应力散度对低频质量输移流速所做的功,即体现了短波与次重力波之间的非线性能量传递。在现场观测与模型试验中,受测量仪器限制,通常仅能获取固定位置处的单点流速。在假定低频流速垂向均匀分布的条件下,分析中常以均值为零的线性  $\bar{\mathbf{u}}_h$  代替均值非零的非线性项  $\mathbf{U}$ <sup>[11, 26]</sup>。然而,除Stokes漂移外,  $\mathbf{U}$  的非线性特性还受到低频波动对局部水深调制作用的影响,采用线性近似不仅忽略了短波波动引起的低频质量输移,还隐含假定了次重力波的振幅与水深比为小量,这可能在近岸水动力过程分析中引入显著误差<sup>[24]</sup>。

对于平稳波浪过程,次重力波各物理量在波群时间尺度上的时均值( $\overline{E_{lw}}$ ,  $\overline{\mathbf{F}_{lw}}$ )可认为不随时间变化,对式(14)在次重力波周期上取时间均值可得

$$\nabla_h \cdot \overline{\mathbf{F}_{lw}} + \overline{\mathbf{U} \cdot (\nabla_h \cdot \mathbf{S})} = 0, \quad (17)$$

该式表明,平稳波浪场的次重力波波能流空间散度与辐射应力散度做功相平衡。Ruju等<sup>[27]</sup>和Liu等<sup>[24]</sup>分别应用精细化数值模拟数据证实了式(17)在以约束长波长波为主的缓坡地形和以破波驱动长波为主的珊瑚礁陡变地形上的守恒性。

## 3 次重力波的产生机制

次重力波的产生机制多样,包括波群约束长波<sup>[3]</sup>、移动破波点驱动<sup>[4]</sup>、段波(bores)融合<sup>[28]</sup>及海面局地风场(wind gusts)作用<sup>[29]</sup>等。其中,约束长波与移动破波点驱动机制源于短波与次重力波之间的非线性能量转移,可以采用线性化动量方程(11)描述,理论体系相对完善,是当前被广泛认知与研究的两种主导机制。相较而言,段波融合机制所产生的次重力波能量通常较弱,其影响主要局限于内破波带,水深较小,需采用非线性理论;而海面局地风场作用机制的相关研究仍较缺乏,其具体过程与影响范围尚待进一步观测与验证。

### 3.1 约束长波机制

#### 3.1.1 平衡解

波群中短波的波高变化所导致的辐射应力散度项可视为对水体的缓变扰动[式(9)、(14)],它将激发

短波波幅平方量级的二阶低频波动(即次重力波)。该现象的理论基础可追溯至 Biesel<sup>[30]</sup> 的开创性理论工作,随后 Longuet-Higgins 和 Stewart<sup>[3]</sup> 利用辐射应力概念,系统阐述了该物理机制,并成功将其与当时观测到的近岸碎波拍现象<sup>[1-2]</sup> 建立了联系。本文将以一维地形上行进波为例,阐述波群约束长波的产生过程。

一维水平地形上沿  $x$  向传播的次重力波的质量[式(4)和动量[式(11)]守恒方程可简化为

$$\begin{cases} \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial t} + \frac{\partial \bar{Q}}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial \bar{Q}}{\partial t} + gh \frac{\partial \bar{\eta}}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial S}{\partial x}, \end{cases} \quad (18)$$

式中  $\bar{Q} = |\bar{Q}|$ , 短波辐射应力表达式为

$$S = \int_{-h}^{\eta} \rho u^2 + p dz - \frac{1}{2} \rho g (\bar{\eta} + h)^2 - \rho \frac{\bar{Q}_{sw}^2}{\bar{\eta} + h}, \quad (19)$$

对于非破碎波,其二阶精度表达式为

$$S = \frac{1}{2} \rho g A_g^2 \left( \frac{2c_g}{c} - \frac{1}{2} \right), \quad (20)$$

式中,  $A_g(x, t)$  为波群包络振幅<sup>[31-32]</sup>,  $c$  为波速,  $c_g$  为波群速。

在水平海床条件下,  $c_g$  沿程不变,扰动源  $S$  与响应  $\bar{\eta}$  应同为  $x - c_g t$  的函数。对方程(18)做算子替换  $\partial/\partial t = -c_g \partial/\partial x$ , 经消元  $\bar{Q}$  后,求解所得的守恒方程,可得到次重力波的波面

$$\bar{\eta} = -\frac{S}{\rho g h \mu}, \quad (21)$$

其中参数

$$\mu = 1 - \frac{c_g^2}{gh} \quad (22)$$

描述了偏离谐波间共振相互作用的程度<sup>[33]</sup>。

根据线性波浪理论,  $gh \geq c_g^2$ , 因此  $\bar{\eta}$  与  $A_g$  呈现反相位关系(图1)。具体而言,包络的波峰处辐射应力

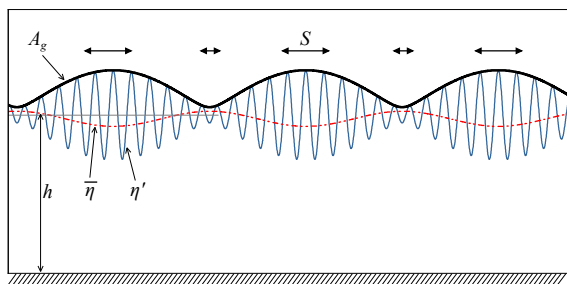


图1 水平地形上正向传播的双色波群及波群约束长波,水平双箭头长度代表当地辐射应力向两侧排开水体的程度<sup>[3]</sup>

Fig. 1 Bichromatic wave groups propagating over a horizontal bed and the corresponding bound long wave, where the length of the horizontal double-headed arrows represents the extent to which the local radiation stress displaces the water body laterally<sup>[3]</sup>

较强,将水体向两侧排开,导致水面下降形成次重力波波谷;反之,包络的波谷处则水面隆起形成波峰。这种相位由波群包络决定、并以波群速度传播的波动被称为约束长波或锁相长波,其理论在实验室中得到验证<sup>[34]</sup>。对于更一般的平面二维不规则波情形下约束长波,理论基础先后由 Hasselmann<sup>[35]</sup> 及 Herbers 等<sup>[36]</sup> 等研究建立。

需要注意的是,在水平海床、中等水深情形下,式(14)中次重力波波能流的时均值在空间上保持恒定,且非线性能量传递项的时均值为零,由此导出的理论解(21)描述了短波与次重力波之间所处的平衡状态,故称“平衡解(equilibrium solution)”。然而,当地形存在坡度等非均匀性特征时,平衡状态将被打破,次重力波的产生机制也随之趋于复杂,从简单的约束长波过渡为更广义的“波群驱动长波(group-forced long wave)”。

### 3.1.2 非平衡解

当地形变化时,次重力波与短波间的能量平衡被打破,导致其振幅与相位发生显著变化,此时需建立非平衡理论,相关研究主要沿两类路径展开。

第一类以 Bowers<sup>[37]</sup> 及 van Leeuwen<sup>[38]</sup> 为代表,在缓变地形假设下采用底坡或相对底坡为小参数,使用摄动法求解质量守恒方程(4)和线性化动量守恒方程(11)。由于次重力波与短波之间的能量传递率受地形变化率( $\beta_1 = h_x/k_{lw}h$ ,  $h_x$  为底坡坡度、 $k_{lw}$  为次重力波波数)和共振偏离度[ $\mu$ , 式(22)]的共同影响,在弱共振条件下[ $\beta_1 \mu^{-1} = O(\beta_1)$ ],此类解可显式表述为局部地形参数与短波要素的函数,其解析形式通过引入对平衡解(21)的底坡摄动项来表征水深变化效应。研究结果表明,地形诱导的摄动项与解(21)呈相位正交关系,导致约束长波产生相位变化,进而诱导辐射应力对次重力波做功。当进入浅水强共振区[ $\beta_1 \mu^{-1} = O(1)$ ]时,解(21)发散且摄动法失效。为此, Janssen 等<sup>[33]</sup> 采用数值方法求解精度与底坡坡度量级匹配的控制方程,获得了次重力波振幅及与短波包络相位差的定量解。

第二类研究聚焦于中等水深地形[ $\mu = O(1)$ , 通常处于弱共振状态]中地形对次重力波散射的调控作用。该方向的工作始于 Molin<sup>[39]</sup> 发现双色波群激发的自由长波,随后 Mei 和 Benmoussa<sup>[40]</sup> 针对二维斜向入射波,揭示了自由长波经地形散射后传播方向发生偏转的现象,后续 Liu<sup>[41]</sup> 通过修正边界条件优化了数值结果。理论建模的重要进展来自于 Zou<sup>[42]</sup>, 其采用多尺度 Wentzel-Kramers-Brillouin 展开法,基于地形曲

率参数  $\beta_2 = h_{xx}/(k_{lw}^2 h) = O(\beta_1^2)$  提出二阶精度 [ $O(\beta_1^2)$ ] 闭合解析解, 同步纳入了底坡  $h_x$  与底坡曲率  $h_{xx}$  的耦合贡献。该理论解证实了地形诱导的  $O(\beta_1)$  阶非平衡分量与平衡解(21)正交, 导致相位滞后, 并驱动非线性能量传递。同时, 阐明了解(21)的空间梯度与波群作用共同主导非平衡响应的生成, 但二者贡献的量化机制尚不明确。

为了得到强共振条件下的理论解, Schäffer<sup>[25]</sup> 建立了双色波群在平直斜坡地形上入射激发次重力波的理论模型, 求解出了不依赖共振参数范围的积分形式解。Liao 等<sup>[31]</sup> 进一步完善了次重力波的非平衡理论解, 其基于线性化浅水方程, 以  $\beta_1$  为小参数进行渐近展开, 导出了不同共振强度的截断方程及解析解。其中, 中等水深弱共振解与 Janssen 等<sup>[33]</sup> 和 Zou<sup>[42]</sup> 的一阶约束长波解具有等价性。该解不仅包含首阶平衡分量, 还揭示了与之相位正交的非平衡分量, 其量级与  $\beta_1$  成正比, 主要源于次重力波波幅空间变化的主导贡献。在浅水强共振区, 该研究首次给出了一般缓变地形下的积分形式解, 并表明此时非平衡分量也进入首阶项。随后, Liao 等<sup>[43]</sup> 通过引入短波耗散项修正控制方程, 并经物理模型验证, 显著提升了振幅与相位预测的准确性。

然而, 上述理论模型从基本概念上对“约束”与“自由”分量进行了分离处理, 难以充分揭示其相互转化的物理本质。对此, Liao 等<sup>[44]</sup> 创新性地基于格林函数提出了一般缓变地形下不同共振强度的统一解。该理论解摒弃了传统的“约束”与“自由”二分逻辑, 将次重力波表达为自辐射应力扰动场中各空间点持续激发的自由波相干叠加的产物(图2), 从而等效地将约束长波阐释为受波群相位调制的自由长波之间的线性叠加。其核心结论指出, 任意观测点的次重力波特性由周边辐射应力场与地形共同决定。这一普适性理论适用于任意共振强度与全水深条件, 且可自然转化至现有理论解。该统一模型在结合移动破波点驱动机制后, 在破波带内次重力波的预测与实验室数据吻合同样良好。

### 3.2 移动破波点驱动机制

移动破波点驱动机制由 Symonds 等<sup>[4]</sup> 通过求解次重力波的质量[式(4)和动量[式(11)]守恒方程建立, 求解的关键在于对破波前后辐射应力的参数化表达。移动破波点驱动机制的核心物理过程如图3所示, 波群传播至近岸时, 不同大小波浪的破碎位置及其引发的增水高度不同。大波在水深相对较深处破碎、在岸线附近产生较大的增水, 小波在水深相对较

浅处破碎、产生的增水相对较小, 导致在波群时间尺度上出现水面动态振荡, 从而激发出自由传播的次重力波。该机制同时产生向岸与离岸传播的次重力波分量, 类似于移动造波板的作用。在浅水变形区, 离岸辐射的次重力波与岸线反射波相互干涉, 合成波振幅取决于二者相位差, 该相位差与破波点至岸线的距离直接相关。为此, Symonds 等<sup>[4]</sup> 引入了一个基于平均破波带宽度定义的无量纲参数来描述该相位关系, 其在平直底坡上的表达式为

$$\chi = \frac{\omega_{lw}^2 \bar{h}_b}{g h_x^2}, \quad (23)$$

式中,  $\omega_{lw}$  为次重力波的角频率,  $\bar{h}_b$  为移动破波点平均水深。Baldock 等<sup>[45-46]</sup> 称  $\chi$  为“归一化破波带宽度”, 并通过  $h_x = 1/10$  斜坡上的双色波与不规则波试验证实了  $\chi$  对次重力波干涉现象的控制作用, 后续在现场观测中也证实了该机制的有效性<sup>[47]</sup>。

与约束长波机制不同, 移动破波点驱动的向岸次重力波与波群包络表现出强正相关性, 这一特征是区分不同海岸环境下次重力波生成机制的重要判据<sup>[45-49]</sup>。然而, Contardo 等<sup>[50]</sup> 指出, 向岸传播的破波驱动长波实际上略滞后于波群包络, 滞后量随底坡坡度减小和波群频率增大而减小, 而离岸传播的破波驱动长波与波群包络的相位差介于  $\pi/2$  至  $\pi$  之间, 该精细相位关系已获数值模拟定性验证<sup>[24]</sup>。

破波驱动理论建模的核心难点在于辐射应力的参数化及浅水区次重力波非线性效应的准确描述。Symonds 等<sup>[4]</sup> 与 Contardo 等<sup>[32, 50]</sup> 的模型采用饱和破波假定, 在陡坡中适用性有限, 且未充分考虑长波对短波破碎的调制作用。实际上, 破波前约束长波已开始影响短波的局部水深<sup>[33]</sup>; 破波后, 无论是释放的约束长波还是新生的破波驱动长波, 其波峰处的短波波高都显著大于波谷处, 表明短波波群结构仍持续受长波影响<sup>[51-53]</sup>。Liu 和 Li<sup>[54]</sup> 通过分析珊瑚礁物理模型试验数据进一步发现, 破波后短波群性与当地次重力波波高和水深的比值密切相关, 证实了次重力波对短波破碎过程的影响。Schäffer<sup>[25]</sup> 构建的模型同时考虑了约束长波与破波区短波群性, 成功预测了岸线处次重力波振幅随入射波幅的线性增长<sup>[1, 2, 55-56]</sup>, 但其仍未包含长波对短波群结构的反馈机制, 导致破波区内长波预测精度不足。尽管后续模型有所修正<sup>[44, 47, 50]</sup>, 现有理论在定量预测方面仍显薄弱。

### 3.3 段波融合机制

段波融合是破波区内短波破碎后形成段波, 并通过相互融合实现波浪个数减少与平均周期增长的波

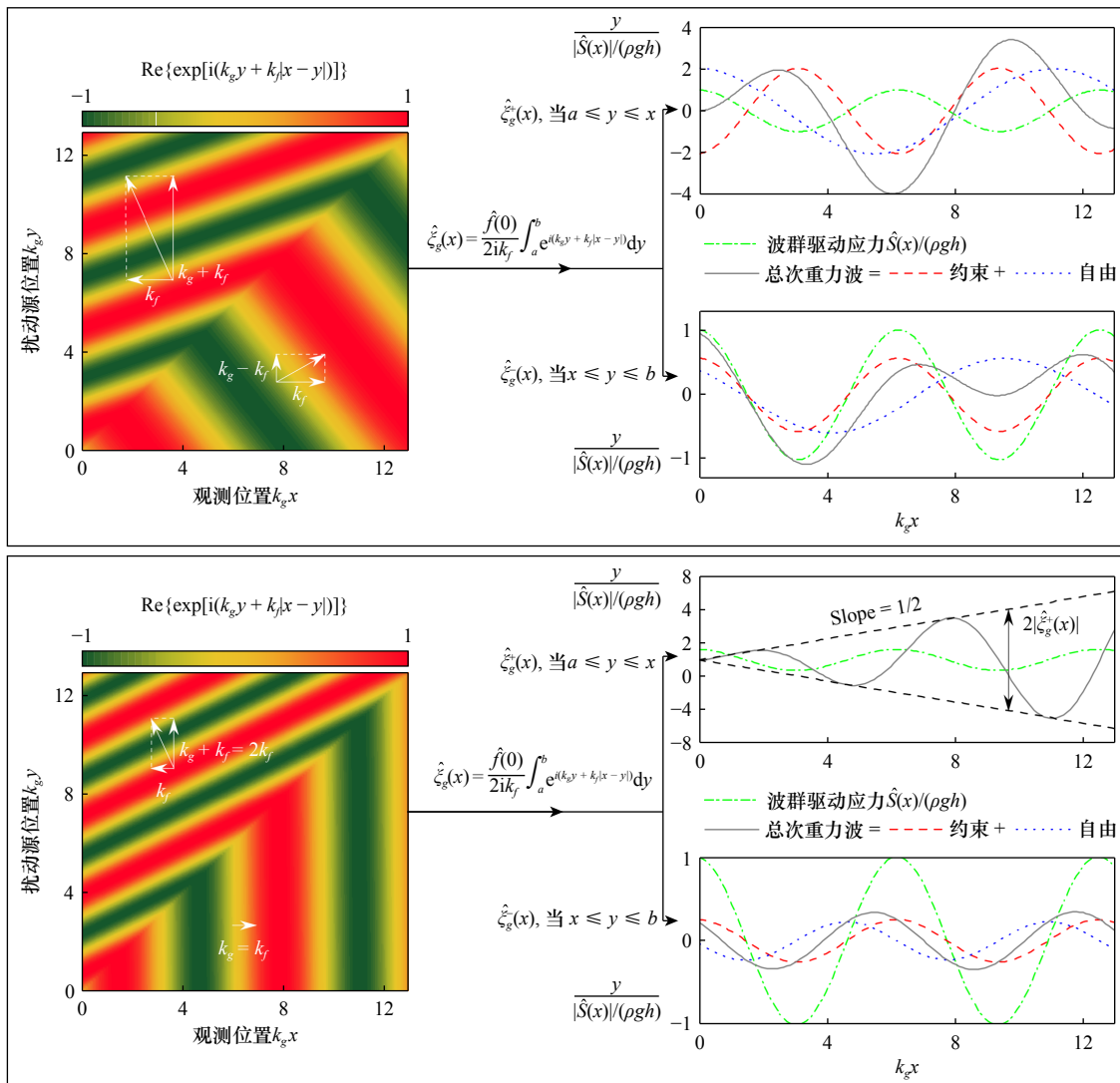


图 2 中等水深(上)和浅水(下)条件下由双色波波群驱动的自由次重力波的产生、传递及干涉过程<sup>[44]</sup>

Fig. 2 Generation, propagation, and interference patterns of free infragravity waves driven by bichromatic wave groups under intermediate (upper) and shallow (lower) water conditions<sup>[44]</sup>

列运动学过程。该过程表现出显著的双向耦合特性：一方面，段波融合本身会激发次重力波；另一方面，已有次重力波场又反过来影响段波的融合行为。

在物理机制上，由于内破波区水深极浅，次重力波波峰处水深较大，短波波高因此也较大，且与当地次重力波流速方向一致，会逐渐追赶并湮没前方波谷区域的短波，这一现象在缓坡岸滩上尤为明显<sup>[28, 57-58]</sup>。Mase 和 Iwagaki<sup>[59]</sup> 及 Mase<sup>[60]</sup> 的系列模型试验表明，岸线处的波峰数随 Iribarren 数的减小而减少。Sénéchal 等<sup>[57]</sup> 在平缓底坡上内破波区的观测进一步显示，波浪平均周期最大可增加约 30%，最长的波浪周期为外海平均波周期的 2 倍，直接证实了段波融合促使波能从短波频段向次重力波频段转移。在数值模拟方面，基于非线性浅水方程的弱解理论，段波波前可近似处理为波面间断或激波，较快的激波能够追上前方较慢

的激波，合并为单一激波结构<sup>[61]</sup>。Marche 等<sup>[62]</sup> 采用激波捕捉格式进行模拟，所得结果与现场及实验室数据吻合良好，验证了该方法的有效性。

尽管段波融合是次重力波的重要生成机制之一，但其贡献通常弱于约束长波与移动破波点驱动机制<sup>[63]</sup>。目前，关于破波区内段波与次重力波之间非线性相互作用的具体影响机制仍缺乏系统性认识，尤其在外来次重力波输入与内部融合过程之间的动力学联系方面，尚需进一步深入研究。

### 3.4 海上阵风作用

Vrećica 等<sup>[29]</sup> 发现冬季在日本青岛附近观测到的次重力波能量显著高于近岸生成的次重力波。通过对现场数据的综合分析，并追溯次重力波包在深水区的传播路径与时间，该研究指出，海上阵风可直接在深海激发次重力波。基于波浪与风场之间共振相互

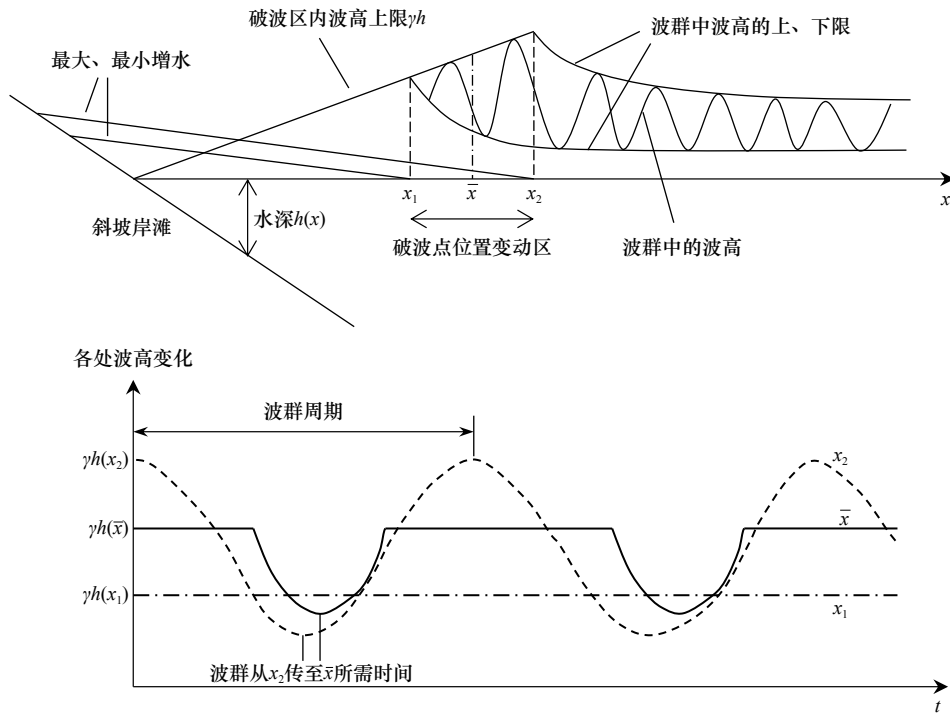


图3 平直岸滩上双色波群入射后移动破波点驱动长波机制示意(上)以及破波点位置变动区  $x_1 \leq x \leq x_2$  内各处波高随时间变化(下)。破波区内波高不超过  $\gamma h$ ,  $\gamma$  为破波指标<sup>[4]</sup>

Fig. 3 Schematic of long-wave generation by moving breakpoints under bichromatic wave groups on a planar beach (upper), with time series of wave height variations across the breakpoint moving zone  $x_1 \leq x \leq x_2$  (lower). Within the surf zone, wave heights are limited by  $\gamma h$ , where  $\gamma$  is the breaker index<sup>[4]</sup>

作用机理, Vrećica 等<sup>[29]</sup> 在次重力波的波作用平衡方程中引入了一个基于阵风效应的非线性耦合源项, 从而构建了新的预报模型。结果表明, 该模型的计算结果与观测数据吻合良好, 有效解决了原有模型对次重力波能量的低估问题。这一工作不仅深化了对次重力波生成机制的理解, 也突显了在风浪模型中精细刻画阵风过程的重要性。

## 4 次重力波的传播与演化

次重力波在向岸传播过程中的演化, 本质上是能量输入、增长、耗散与输出的系列连续过程。首先, 随着水深变浅, 波群尺度的低频波能和辐射应力出现空间分布不均匀的现象, 打破了波群与次重力波之间的动态平衡, 诱发二者相位差, 从而驱动能量从高频(短波)向低频(次重力波)的输入。随后, 输入的能量引发次重力波的非线性浅化, 促使其波高增长, 增长率受底坡坡度与入射波波陡共同调控。增长的能量在近岸通过破碎、底摩擦和向短波转移等多种途径耗散。特别是在破波区内, 次重力波的能量主要受以下三者之间的竞争与平衡的影响: 约束长波的非线性浅化、短波破碎后约束长波的能量耗散, 以及破波驱动长波的生成。这些过程共同受底床坡度与破波点

水深的调控。最终, 剩余能量在岸线发生反射, 其具体形式与反射率受地形参数控制。在离岸凸起地形(如水下浅滩、大型沙坝)上, 水深整体较浅, 三波共振强度较大, 短波向次重力波转移的能量因此更容易在传播途中累积增加; 在珊瑚礁陡变地形上, 次重力波的演化则受生成机制转变与礁坪共振过程的显著影响。此外, 整个演化过程均受到入射波序列相位随机性的影响, 增加了预测的不确定性。本章将依此逻辑, 系统阐述次重力波的传播与演化规律。

### 4.1 变浅岸滩

#### 4.1.1 相位差及非线性能量转移

根据次重力波能量守恒方程(17), 在平稳条件下, 次重力波时均波能流的水平散度应与辐射应力做功相平衡。在一维情形下, 式(17)可简化为

$$\frac{\partial \overline{F_{lw}}}{\partial x} = R, \quad (24)$$

其中  $\overline{F_{lw}} = \overline{|\mathbf{F}_{lw}|}$  为次重力波时均波能流, 非线性能量传递项  $R = -U(\partial S / \partial x)$  表示辐射应力梯度对等效低频质量输移流速做功, 当  $R > 0$  时能量由短波向次重力波传递。

在窄谱假定下, 考察随波群传播的  $S$  和  $U$  相同频率傅里叶分量之间的相互作用(频率不同时, 在次重

力波周期上取时均后为零), 即:  $S = S_0 \cos(k_g x - \omega_g t + \phi_S)$ 、 $U = U_0 \cos(k_{iw} x - \omega_g t + \phi_U)$ , 其中下标 0 表示分量的振幅,  $\omega_g$  和  $k_g = \omega_g/c_g$  分别表示波群包络分量角频率和波数,  $k_{iw}$  为次重力波波数,  $\phi_S$  和  $\phi_U$  分别为初始相位。由此,  $R$  可表达为

$$R = \frac{1}{2} k_g S_0 U_0 \sin \Delta\varphi, \quad (25)$$

其中,

$$\Delta\varphi(x) = (k_{iw} - k_g) x + \phi_U - \phi_S - \pi \quad (26)$$

为  $U$  和  $S$  间相对于  $\pi$  的相位差。式(25)表明, 次重力波与短波之间通过辐射应力梯度做功而发生的能量转移正比于  $\sin(\Delta\varphi)$ , 且  $\Delta\varphi$  反映了非线性能量转移的方向<sup>[64]</sup>。

对于自由长波, 在浅水区外  $c > c_g$ , 因此  $\Delta\varphi$  沿传播方向单调变化,  $\sin \Delta\varphi$  及  $R$  在频域和空间上均呈周期性振荡, 且  $\phi_U - \phi_S$  在 0 到  $2\pi$  内随机分布, 因此在次重力波频域内积分后的净能量转移量较小。相比之下, 约束长波与波群的相位差在传播过程中基本稳定, 平衡解(21)表明, 在水平底床上相位差为  $\pi$ , 即  $\Delta\varphi = 0$ 、 $\sin \Delta\varphi = 0$ , 系统处于能量平衡状态。当波群在斜坡地形上浅化时, 约束长波逐渐滞后于波群包络, 此

时  $0 < \Delta\varphi < \pi/2$ ,  $\sin \Delta\varphi > 0$ , 能量从波群向次重力波转移<sup>[8, 48, 65-66]</sup>, 在  $\Delta\varphi = \pi/2$  时能量增长率达到最大。基于不规则波在沙坝地形上传播的水槽试验数据, Batjes 等<sup>[64]</sup> 计算了沿程多个频率上的  $\Delta\varphi$ , 并使用式(24)~(25)计算了对应频率上的能量传递量和次重力波波振幅。图 4 展示了关于入射次重力波的计算结果, 可见, 在破波区以外 ( $x < 21$  m), 理论预测与试验结果吻合良好。

3.1.2 节的理论分析表明, 在中等水深条件下, 除首阶平衡约束长波外, 还存在一个与底坡成正比的相位正交摄动项, 二者叠加导致  $\Delta\varphi$  偏离平衡态。在破波区内, 辐射应力梯度与波群包络之间难以建立理论相位关联, 这使得式(25)~(26)不再适用。然而, 利用高分辨率数值模型可从水面、流速、压强等原始变量出发, 基于定义式直接计算辐射应力与低频质量流速, 此时能量守恒方程(24)在破波区内依然严格成立<sup>[24, 27]</sup>。值得指出的是, 目前对能量传递项  $-U(\partial S/\partial x)$  的物理诠释仍存争议。部分学者认为其仅适用于约束长波<sup>[28, 64, 67]</sup>, 而 Baldock<sup>[68]</sup> 则认为  $U$  仅表征自由长波速度。Liu 等<sup>[24]</sup> 认为, Longuet-Higgins 和 Stewart<sup>[20]</sup> 及后续学者在推导中所称的“环境背景流”  $U$ , 实为

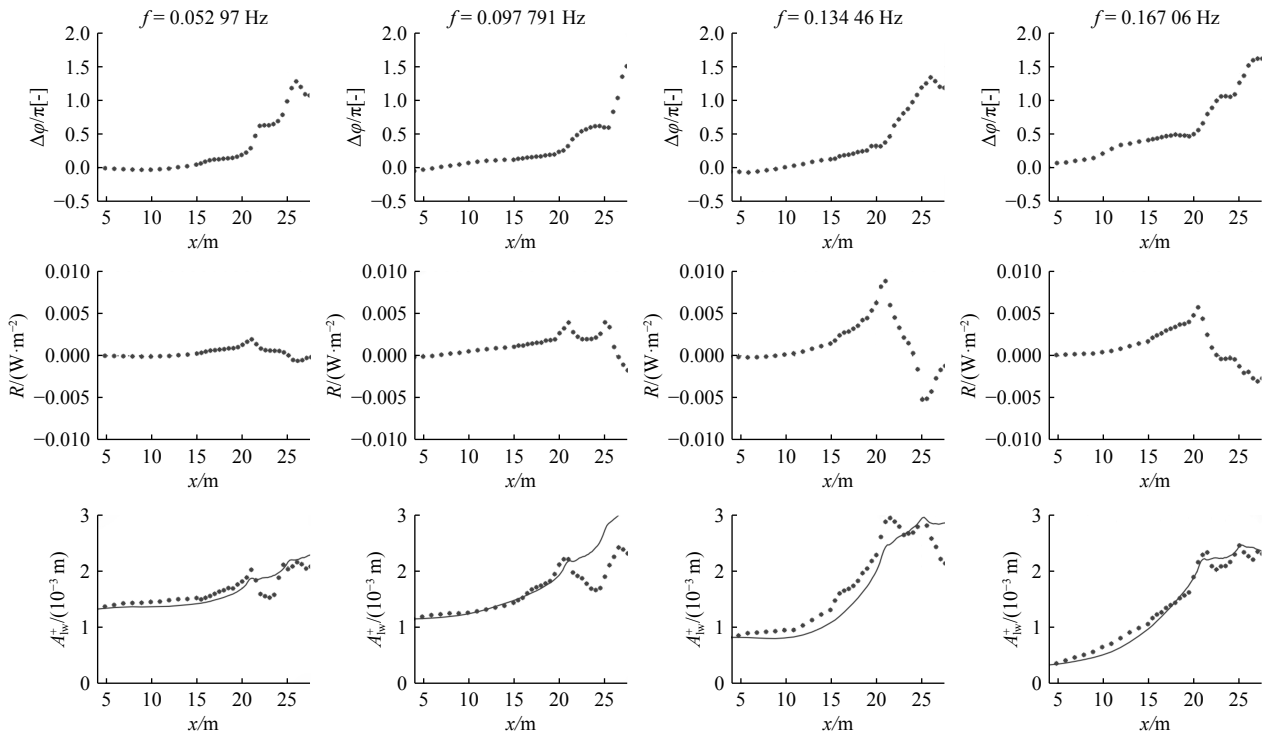


图 4 基于不规则波在沙坝岸滩上传播的水槽试验数据计算得到的入射次重力波与与波群间相位差  $\Delta\varphi$  (上); 短波向入射次重力波传递的能量  $R$  (中); 入射次重力波振幅  $A_{iw}^*$  (下), 其中实线为基于式(24)计算的振幅, 散点为入射分离给出的振幅。破波点位于  $x = 21$  m<sup>[64]</sup>

Fig. 4 Phase differences  $\Delta\varphi$  between incoming infragravity waves and wave groups (upper), corresponding source term  $R$  (middle), and observed (dots) and computed (solid line) amplitudes of incoming infragravity waves (lower) of flume tests of irregular waves propagating over a barred beach. The breakpoint was located at  $x = 21$  m<sup>[64]</sup>

周期远大于短波的低频质量流,只限定了周期特征但未限定其波动属性,故该能量传递项同时适用于约束长波与自由长波,这一观点得到了后续基于格林函数的次重力波理论模型的支持<sup>[44]</sup>。针对 Baldock<sup>[68]</sup>关于自由波间能量转移通常微弱的质疑, Liu 等<sup>[24]</sup>证实,一般情况下自由长波与短波波群之间只存在随机的相位差因而频域内积分后的总体能量转移量微弱(时域表现为长波与波群不相干),然而当自由长波与短波波群在特定条件下(如移动破波点激发),频域内相位差接近,能量转移方向一致,仍可发生显著能量转移(时域表现为自由长波与驱动其生成的波群之间尚未完全退相干)。该机制解释了 Battjes 等<sup>[64]</sup>缓坡案例中离散频率能量传递方向相消的问题(反射自由长波因频率依赖性相位弥散导致净传递为零)。

#### 4.1.2 非线性浅化

次重力波浅化率,即波高随水深减小而增长的速度,是影响其海岸动力行为的关键参数。理论分析给出了一维正向入射情况下浅化率的两种极限情况:其一,忽略短波作用时,根据波能流守恒  $\partial F_w / \partial x = 0$  可推导出次重力波波高  $H_w \propto h^{-0.25}$  (格林定律)<sup>[69]</sup>;其二,在辐射应力主导下,根据平衡解(21)可得  $H_w \propto h^{-2.5}$ <sup>[3]</sup>。Battjes 等<sup>[64]</sup>通过分析不规则波试验数据发现,实际浅化率介于  $h^{-0.25}$  至  $h^{-2.5}$  之间,并具频率依赖性,即低频分量更接近  $h^{-0.25}$ ,高频分量则趋近  $h^{-2.5}$ ,提出该频率依赖性可通过相对底坡参数定量表征:

$$\beta = \frac{h_x}{\omega_w} \sqrt{\frac{g}{h}} \quad (27)$$

该参数描述了在波群或长波波长尺度上水深的相对变化,在浅水条件下( $c_g = (gh)^{1/2}$ )等价于 3.1.2 节介绍的非平衡解理论研究中使用的地形变化率参数( $\beta_1 = h_x/k_w h$ ),其值越大,对于波群来说地形越陡,次重力波非线性浅化率越小。van Dongeren 等<sup>[28]</sup>通过数值模拟和模型试验验证了此规律, Baldock<sup>[68]</sup>进一步提出浅化率亦受人射波陡影响。

Zhang 等<sup>[70]</sup>基于大量双色波模拟数据,建立了结合理论浅化率与经验修正项的经验模型( $H_w \propto h^{-\alpha}$ )

$$\alpha = \alpha_{\text{LHS60}} - \alpha_c, \quad (28)$$

其中  $\alpha_{\text{LHS60}} = -2.5$  为平衡解的结果,经验修正项

$$\alpha_c = \max\left(-10\frac{H}{L} + 2.55 - \beta^{-0.155}, 0\right), \quad (29)$$

式中,相对底坡  $\beta$  在坡脚处取值,  $H = \sqrt{a_1^2 + a_2^2}$  和  $L$  为入射双色波对应于平均频率的代表波高和波长。该模型同样反映了浅化率随相对底坡减小和来浪波陡

增大而上升的趋势。Li 等<sup>[71]</sup>从地形坡度对能量传递空间尺度影响的角度阐释了该现象的发生机理,即不同坡度下短波波群与次重力波的相位差基本恒定,单位距离能量传递率相近;在缓坡地形中,同等水深差异的两点间波群作用水平距离更长,累积能量传递总量更大,从而提高了浅化率。

现场观测显示浅化率存在显著区域差异,例如英国 Talbot 港约为  $h^{-0.34}$ <sup>[37]</sup>,美国与法国部分海岸观测值约为  $h^{-0.5}$ <sup>[72]</sup>,而秘鲁钱凯湾可达  $h^{-1}$ <sup>[73]</sup>、与 Liao 等<sup>[31]</sup>理论解的浅水极限吻合。这些差异源于自由长波干扰、波反射叠加及短波方向分布等复杂近岸过程的影响<sup>[9, 74-75]</sup>。

#### 4.1.3 近岸耗散

自上世纪 90 年代以来,现场观测<sup>[67, 76-80]</sup>、物理模型试验<sup>[28, 66]</sup>及数值模拟<sup>[27]</sup>均表明,次重力波能量在近岸区存在显著衰减,机制包括底摩阻耗散、向短波频段非线性转移能量、以及次重力波破碎等。早期研究曾认为沙质底床的底摩阻是主要机制<sup>[79]</sup>,但后续现场观测研究表明其在沙质底床上效率较低<sup>[67, 80-81]</sup>,仅在底摩阻系数高、延伸范围较大的珊瑚礁地形中才可能成为主导机制<sup>[49, 82]</sup>。

在破波区内,短波破碎导致的辐射应力散度的剧烈变化增强了次重力波与短波的非线性相互作用。根据辐射应力散度对次重力波做功理论(式(14)),该过程本质上是三波相互作用,即单个次重力波分量与两个短波分量的能量交换,同时也存在次重力波分量间或两个次重力波分量与一个短波分量的耦合,促使能量向次重力波的高阶谐波传递<sup>[24, 27, 83]</sup>。研究表明,能量向短波的转移(辐射应力散度对次重力波做负功)是次重力波在破波区内衰减的主导因素,与此同时,高阶谐波的形成(其频率可能仍处于次重力波频段或进入短波频段)还会引发次重力波波形的非线性变化,表现为波形前倾陡化,这种物理过程与短波破碎机制相似,最终可导致次重力波在极浅水处自身发生破碎。这一理论机制也获得了现有研究成果的支持,现场缓坡地形观测捕捉到岸线附近次重力波的快速衰减及上爬区饱和现象<sup>[78]</sup>,强烈暗示次重力波破碎的发生。而物理模型试验<sup>[28, 66]</sup>与数值模拟<sup>[27]</sup>则直接记录了破波区内次重力波陡化形成的段波形态,为次重力波破碎提供了直接证据。

上述衰减机制的主导性受底坡坡度调控。de Bakker 等<sup>[65]</sup>基于双谱分析(bispectral analysis)发现,缓坡上以次重力波间非线性相互作用诱导的破碎为主,而陡坡上能量向短波转移更为显著。然而, Rijns-

drop 等<sup>[84]</sup>指出,基于双谱分析的弱非线性理论在强非线性破波区存在局限。Rijnsdrop 等<sup>[84]</sup>的完全非线性分析结果表明,无论坡度如何,短波破碎过程中次重力波向短波转移能量始终是主导机制,而次重力波破碎仅在缓坡极浅水区才有显著贡献。学界争议之处在于,在短波破碎时,次重力波是否被释放,这本质上还是在质疑自由波之间的非线性相互作用强度<sup>[68]</sup>。通过 Liu 等<sup>[24]</sup>对珊瑚礁上次重力波的能量平衡分析结果和 Liao 等<sup>[31, 44]</sup>的次重力波理论可以明确,只要长波与波群间存在相干性(例如尚未远离破波生成区的海向传播自由长波),便可以与波群产生耦合以及显著能量交换,与长波是约束还是自由无关。

#### 4.1.4 岸线反射

由于次重力波波陡较小,传播至岸线时通常仅发生轻微破碎而以反射为主<sup>[85]</sup>。反射波按传播路径可分为两类:一部分作为漏逸波返回深海区<sup>[19, 72, 86]</sup>,另一部分受折射作用沿海岸方向传播,形成俘获波并最终演化为边缘波<sup>[87]</sup>。

Tucker<sup>[2]</sup>较早地开展了岸线反射现象的研究,后续观测发现,反射次重力波在垂直岸线方向呈现驻波特征,这表明岸线处可能存在全反射<sup>[87-88]</sup>。Guza 和 Thornton<sup>[89]</sup>进一步发现,在缓坡海岸,高频次重力波倾向于在岸线附近耗散,低频部分则更易反射,这一规律已通过后续频域经验正交函数分析及多组现场观测和数值模拟得以证实<sup>[78, 80, 90-91]</sup>。除频率外,波能增长与潮位也会影响反射行为。研究表明,次重力波在反射前可能在破波区内获得能量增长,导致名义反射率大于 1<sup>[76, 92]</sup>;而高潮位时更陡的岸滩剖面有助于提升反射率<sup>[93]</sup>,尽管有观测显示在某些情况下无论潮位高低反射率均接近全反射,潮位主要影响入射波演化过程<sup>[94]</sup>。

为量化反射率, van Dongeren 等<sup>[28]</sup>结合试验数据与数值模拟,提出次重力波反射率与浅化及岸线附近破碎耗散等过程有关,基于式(27)建立了采用岸线附近入射次重力波波高定义的相对底坡参数

$$\beta_H = \frac{h_x}{\omega_{lw}} \sqrt{\frac{g}{H_w}}. \quad (30)$$

双色波群入射平直斜坡试验结果显示,  $\beta_H > 1$  时,反射率几乎为 1,称为陡坡模式;  $\beta_H < 1$  时,反射率随  $\beta_H$  增大而增大。Lara 等<sup>[95]</sup>采用 RANS 数值模型进一步验证了这一结论。然而,现场观测显示,实际不规则波入射条件下,临界  $\beta_H$  值可能显著大于 1,反映出有模型与真实海洋环境间的差异<sup>[80, 96]</sup>。值得注意的是,传统观测方法可能因信号噪声高估反射系数

约 50%,这对既往研究形成了重要修正<sup>[97]</sup>。

#### 4.1.5 破波区内次重力波的主导机制

破波区是波浪运动最为复杂的区域之一,也是短波破碎后次重力波动力作用相对凸显的位置。由于不同类型次重力波的振幅、相位等特征与其产生机制密切相关,辨析何种条件下哪种机制起主导作用,对于深入理解破波区物理过程及发展相应的波浪预报模型至关重要。在众多机制中,段波融合一般仅出现在缓坡极浅水区域且作用较弱,而海上阵风以风能作为能量源,在物理本质上区别于以短波为能量来源的其他机制,因此相对易于区分。当前学界的研究焦点主要集中于约束长波机制与移动破波点机制之间的竞争与主导性判定。

在早期研究中,判断破波区内次重力波主导机制多依赖于单一视角或参数。Baldock 等<sup>[45]</sup>基于 Symonds 等<sup>[4]</sup>建立的与破波驱动长波生成密切相关的归一化破波带宽度参数,提出了一个基于破波点移动范围和次重力波波长比值的判据

$$B = \frac{\delta \sqrt{H_b} f_{lw}}{h_x \sqrt{g}}, \quad (31)$$

式中,  $\delta$  为波群调制率、 $H_b$  为代表破碎波高、 $f_{lw}$  为次重力波频率、 $h_x$  为底坡坡度。Baldock 等<sup>[45]</sup>认为当  $B < 0.2 \sim 0.3$  时,破波点变化范围与次重力波波长相比较窄,破波驱动机制占主导。与此同时, Battjes 等<sup>[64]</sup>则从约束长波生成的角度出发,采用无量纲坡度  $\beta$  [式(27)]判定次重力波的主导机制,指出  $\beta$  越小,约束长波机制越占优势,并给出了以破波点波浪参数定义的  $\beta$  的临界值(约为 0.3)。Battjes 等<sup>[64]</sup>还论证了  $\beta$  与  $B$  的内在等价性,这后续得到了 Dong 等<sup>[98]</sup>试验数据的进一步支持。

随着对次重力波在变浅岸滩上传播与演化机制认识的深化,学界逐渐认识到,破波区内次重力波的主导机制实质上是约束长波的非线性浅化、破波后能量耗散以及破波驱动长波生成这 3 个过程相互竞争与平衡的结果。这些过程不仅与底床坡度相关,也与破波点所处的水深条件紧密相连。具体而言,(1)在底坡较缓的情况下,若入射短波波陡较小,短波在进入浅水区后才破碎,因而约束长波能够经历较强的非线性浅化变形,从而获得显著能量增长,同时由于破波驱动长波相对较弱,破波区内因而以释放的约束长波为主导;(2)若底坡较缓但入射短波波陡较大,短波将在中等水深提前破碎,约束长波因未进入浅水共振区而能量增长有限,加之其在破碎后能量衰减迅速,同时破波驱动长波不强,导致破波区内次重力波总体

能量水平较低;(3)在底坡较陡的情形下,若短波波陡较小,约束长波的非线性浅化与破波驱动长波的生成均不显著,破波区内长波能量整体偏弱;(4)而当底坡较陡且短波波陡较大时,约束长波本身较弱且在破波区内衰减剧烈,但破波驱动长波的生成却显著增强,从而使后者成为破波区内的主导成分。为综合表征短波波陡( $H_{sw}/L_{sw}$ )与相对底坡坡度[式(27)]对次重力波行为的共同影响,Baldock<sup>[68]</sup>提出了次重力波的破波相似参数,

$$\xi_{\text{surfbcat}} = \frac{h_x}{\omega_{1w}} \sqrt{\frac{g}{h}} \sqrt{\frac{H_{sw}}{L_{sw}}} \quad (32)$$

该参数旨在从经验分析角度统一考虑浅化率与耗散率的相对重要性,从而为 Schaffer<sup>[25]</sup>所观察到的短波波陡与坡度的影响机制提供了合理解释。值得指出的是,Padilla与Alsina<sup>[99]</sup>在1/100斜坡上的试验中,成功观测到波群重复频率所激发的破波驱动长波,进一步验证了该参数的有效性与适用性。

值得注意的是,近期 Contardo等<sup>[32]</sup>基于线性化动量平衡方程,构建了一个同时包含约束长波与破波驱动机制的理论模型,并采用数值方法进行求解。其结果表明,破波驱动机制的强度与底坡坡度、波群频率及短波周期均无关,因此在破波区内,两种机制的相对贡献仅取决于释放的约束长波的大小。然而,该结论与Baldock等的试验研究<sup>[45-46]</sup>及现场观测<sup>[100]</sup>结果不一致,也与珊瑚礁环境中破波驱动长波占主导时,礁坪上长波波高随前坡坡度变陡而增大的规律<sup>[101-102]</sup>相矛盾。上述差异是否源于Contardo等<sup>[32]</sup>在描述破波驱动机制时所采用的近似处理与理论假设,尚待进一步研究。厘清该问题,对于在相位平均波浪模型中合理引入破波驱动机制、提升对近岸次重力波的模拟能力具有重要意义。

#### 4.2 离岸凸起地形

现有次重力波演变研究多基于平缓变浅地形,所建立的经验预报公式高度依赖局部水深与波况<sup>[6, 37, 72, 96]</sup>,导致其在大型沙坝或浅滩等复杂离岸凸起地形中的适用性显著降低。多个现场观测表明,凸起地形对次重力波具有显著的放大效应。在美国卡纳维拉尔角浅滩上,即使浅滩两侧水深和短波波况相近,滩后的次重力波波高仍明显增大<sup>[103]</sup>;在澳大利亚Two-Rocks Marina附近,风暴条件下暗礁可使次重力波波能增长10倍以上,且穿过暗礁后仍维持4~6倍的净增幅<sup>[104]</sup>;中国海南马村港的研究进一步揭示,港池口门外浅滩不仅能将次重力波波高放大至入射值的6倍,还会诱发港湾共振,严重威胁船舶作业安全<sup>[105]</sup>。

近岸凸起地形在苏北辐射沙洲、台湾浅滩等区域广泛分布<sup>[106-108]</sup>,仅依赖当地条件的传统经验模型难以准确预测次重力波。因此,揭示凸起地形对次重力波的放大机制并建立定量预测模型,不仅具有重要的理论价值,也对海岸工程安全具有紧迫的现实意义。

然而,针对凸起地形对次重力波的放大机制,学界研究还比较少。Zou<sup>[42]</sup>基于弱共振理论指出,虽然局部地形变化能够激发瞬时附加次重力波,但这些波动在穿过地形后会消失,并未观察到持续的放大效应。不过,该理论仍表明地形对波能存在局部调制作用。随后,Li等<sup>[71]</sup>通过模拟波群在概化梯形浅滩上的演化过程,并结合双谱分析,揭示了浅滩上次重力波放大现象的能量传递机制。研究发现,浅滩前坡上的波浪浅化过程与平直岸滩基本一致,但该处形成的波群与次重力波之间的相位差[如式(26)],会进一步影响水深不变的滩顶及水深逐渐加深的后坡上的相位差,这一相位差结构使得辐射应力得以持续对次重力波做正功。在坡度较缓的情况下,辐射应力所做的正功能够抵消后坡因水深增加而引起的逆浅化效应,从而维持次重力波波高的持续增长。为了解释Zou<sup>[42]</sup>未观察到次重力波的持续放大而Li等<sup>[71]</sup>却观察到这一现象,Liao等<sup>[31]</sup>通过理论研究阐明了地形顶部水深的调控作用,指出在水深较浅、发生短波与次重力波发生强共振相互作用时该相位差持续为正,从而触发不可逆的能量转移,最终导致地形后透射的次重力波显著增大;在地形顶部水深较深时相位差在后坡发生反转,能量转移可逆。然而,地形顶部水深较浅时,放大率并非随着水深的减小而持续增大,当浅滩顶部发生剧烈破碎时,次重力波还可因短波能量耗散而显著衰减<sup>[43, 109]</sup>。基于上述研究可以明确,凸起地形通过延长波群的能量转移路径产生空间累积效应,从而增强了浅化率对次重力波的影响。因此,波群传播的历史路径是影响次重力波演化的关键因素,仅依赖当地水文条件难以实现准确预测。这一机制也解释了为何基于深水波参数与局部岸滩坡度的波浪爬高公式在不同地点间存在显著差异、适应性普遍较低的问题<sup>[14]</sup>。

Liao等<sup>[110]</sup>针对离岸凸起地形引发的次重力波放大现象,建立了基于波群传播路径的半经验预测模型。该模型引入浅滩无量纲长度作为关键参数(定义为 $\omega_{1w}L_s/c_g$ ,其中 $L_s$ 为浅滩特征长度),有效量化了地形导致的波群历史路径对次重力波的累积放大效应。值得注意的是,该参数在物理概念上与Battjes等<sup>[64]</sup>提出的经典无量纲坡度参数[式(27)]具有内在一致性,从

而在新建模型与既有理论框架之间建立了有机衔接。

### 4.3 珊瑚礁

珊瑚礁广泛分布于热带及亚热带海域,我国南海即蕴藏丰富的珊瑚礁资源。与平缓的大陆岸滩不同,珊瑚礁具有前坡陡峭、礁坪平缓的陡变地形特征。波浪传播至礁坪时,在礁缘处剧烈破碎,全球多个珊瑚礁的统计研究表明,珊瑚礁可消耗约97%的入射短波波能<sup>[111]</sup>。然而,短波破碎过程中产生的次重力波较为显著,在风暴天气等极端条件下更为突出,甚至可以形成类海啸的灾害性水面波动<sup>[112]</sup>。随着短波的耗散,次重力波最终成为珊瑚礁海岸的主导动力因子,显著影响爬高、越浪和泥沙输运过程<sup>[26, 113-114]</sup>。目前,南海岛礁修复工程多沿用大陆岸滩的传统设计规范,与真实动力环境存在较大偏差。因此,深入理解珊瑚礁上次重力波的生成、演化及其致灾机理,对保障珊瑚岛礁可持续发展具有重要科学意义。

珊瑚礁上的次重力波主要生成于礁缘破波区,其形成机制包括约束长波释放<sup>[3]</sup>与短波破碎点移动<sup>[4]</sup>两种途径。在平直岸滩中,前者多主导于缓坡,后者则更显著于陡坡。然而,珊瑚礁礁缘地形兼具陡峭前坡与平缓礁坪,其复杂地貌使传统基于平直岸滩的机制判别参数[如式(32)]难以直接适用。现场观测和模型试验研究普遍认为,由于礁前坡坡度较陡,因而破波点随群波周期移动引发的动态增水是主要成因<sup>[49, 114-117]</sup>。然而,部分研究指出,现有分析多依赖定性相关性,对礁缘区长波演化的物理过程揭示不足,可能忽略多机制共存的情况<sup>[102]</sup>。礁缘破波区内谐波间非线性作用极为复杂,涉及约束波耗散、破碎点移动引起长波增长、波间相互作用及能量相消等多个时空耦合过程,相关研究仍较有限,部分基于双谱或弱非线性能量平衡的理论分析受限于观测条件与理论假设,难以准确刻画强非线性破碎过程<sup>[66, 118]</sup>。Liu等<sup>[24]</sup>开展基于完全非线性能量平衡方程的研究结果表明,礁坪次重力波行为受前坡坡度与礁坪水深共同调控,约束长波占比随前坡变缓和水深增加而上升,总长波波高则随礁坪水深呈先增后减趋势,这一机制调和了以往观测中关于水深影响的不一致结论<sup>[49, 119-120]</sup>。

在珊瑚礁海岸,礁缘生成的自长波传播至礁坪末端时常发生反射,随后在礁缘处形成二次反射,构成“前坡-礁坪-海岸”间的多重反射系统,可诱发礁坪共振问题。经共振放大后的低频长波成为岛礁灾害的主要动力来源,这也是岛礁区别于大陆岸滩的重要特征。现场观测<sup>[121]</sup>与物理模型试验<sup>[122]</sup>显示,礁坪具

有有界开敞盆地特性,共振模态主要表现为岸线处为波腹、礁缘处为波节。多数研究认为一阶模态占主导<sup>[116, 122]</sup>,但也有观测显示在某些情况下二阶模态更为显著<sup>[115]</sup>。近期试验研究表明,礁坪共振并非普遍发生,其强度与表现形式受多因素调控,具有明显的条件依赖性<sup>[15, 123]</sup>。

### 4.4 演化过程的随机性

基于相同波谱而不同初始相位所重构的短波序列,其辐射应力过程(尤其是幅值)存在差异,进而影响所生成的长波特征,这一现象在约束长波与破波驱动机制中均存在。尽管其物理机制相对明确,但现有文献研究对该现象的实际影响与应对措施尚缺乏系统关注。

在大陆岸滩环境中,Rutten等<sup>[124]</sup>的模拟研究表明,波浪相位的随机性会显著影响次重力波生成与传播,进而影响爬高预测结果,其导致的极端爬高偏差最高可达31%,建议采用集合模拟方法控制此类不确定性。在珊瑚礁海岸环境中,不同入射波序列同样会导致低频长波波高的差异,更为复杂的是,这可能同时涉及长波生成阶段的能量增长过程与礁坪共振阶段的放大效应。Liu等<sup>[113]</sup>在研究岛礁海堤越浪时发现,在波况相似条件下,越浪量呈正态分布,推测其与低频长波演化的随机性有关。Yao等<sup>[125]</sup>通过数值模拟进一步确认,岛礁海岸低频长波波高对入射波序列具有敏感性,而短波波高与增水高度则不受影响。随后,Liu等<sup>[126]</sup>明确将珊瑚礁海岸爬高的随机性归因于不同入射波序列所引起的低频长波变化,该随机性对海岸灾害评估与工程设计具有重要影响。

在研究方法方面,Liu等<sup>[126]</sup>指出,针对单峰谱,传统物理模型与数值模拟中常用的50~100个频带不足以准确捕捉长波行为,会导致长波波高被系统性低估。其研究建议应将波谱至少划分为600个频带,并给出了频带数量与波浪序列重复时长的定量关系,为提升长波随机性模拟的可靠性提供了依据。

## 5 结论与展望

次重力波产生机制与演化规律是近岸水动力学的核心问题之一。本文以质量、动量与能量守恒方程为理论基础,系统综述了该领域的最新进展。在生产机制方面,阐明了从经典约束长波平衡解到非平衡解,直至格林函数统一解的理论发展路径,辨析了移动破波点驱动、段波融合及海上阵风等多种机制的物理过程与适用条件。在传播演化方面,归纳了变浅岸滩上相位变化与能量转移、非线性浅化、耗散与反

射的规律,揭示了离岸凸起地形与珊瑚礁陡变地形的特殊放大效应,并强调了演化过程中存在的随机性。尽管在该领域已取得显著进展,仍存在一些关键问题亟待突破,未来研究可关注以下方向:

(1)加强我国近海次重力波现场观测与数据库建设。相较于国际上的长期系统性观测,我国在典型海岸环境(如强潮海湾、淤泥质海滩、砂质海岸和珊瑚礁海岸)的次重力波现场资料仍显匮乏。亟需布设长期观测网络,获取不同季节、潮位及天气条件下的数据,并结合遥感等新型监测手段,构建我国近海次重力波特征参数数据库。这不仅能为厘清区域动力过程、验证理论模型和数学模型提供关键数据支撑,也是服务海岸防灾减灾、港口运营、岛礁安全等国家重大需求的基础。

(2)完善破波驱动长波理论,并发展高精度预测模型。当前破波驱动长波理论在辐射应力参数化及强非线性效应刻画方面仍存在不足,导致其预测能力受限,且部分理论结论与物理模型试验结果和现场观测存在矛盾。未来研究需致力于:充分考虑长波对短波破碎过程的反馈调制,发展更精确的破波区辐射应

力模型;整合约束长波释放与破波点驱动机制,建立适用于多种地形(如缓坡、陡坡及珊瑚礁陡变地形)的统一理论模型;将完善后的模型,通过参数化或直接耦合的方式,引入到SWAN、WAVEWATCH III等工程广泛应用的相位平均波浪模型中,构建从深水至岸线、能够同时模拟短波与次重力波的跨尺度数值预报系统,为海岸及海洋工程应用提供更可靠的技术工具。

(3)量化次重力波演化随机性,并建立概率化预测与风险评估方法。次重力波对入射波序列相位的敏感性导致其演化具有内在随机性,这是造成单一预测过程存在不确定性的重要原因,这对极端爬高、越浪、港湾共振等灾害评估影响显著。未来需开展:系统研究次重力波统计特征(如波高分布、极端值)与入射波能谱形状、相位、地形参数的定量关联,揭示随机性的物理根源与主导因素;基于大量数值模拟或理论分析,发展能够量化次重力波随机性的参数化方案,量化概率分布函数和数据变化范围;在此基础上,将可能发生的极端情况纳入工程设计考量,为海岸及岛礁防护工程的安全设计与韧性提升提供科学依据。

#### 参考文献:

- [1] Munk W H. Surf beat[J]. *Eos, Transactions American Geophysical Union*, 1949, 30(6): 849-854.
- [2] Tucker M J. Surf beats: sea waves of 1 to 5 min. period[J]. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 1950, 202(1071): 565-573.
- [3] Longuet-Higgins M S, Stewart R W. Radiation stress and mass transport in gravity waves, with application to 'surf beats'[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1962, 13(4): 481-504.
- [4] Symonds G, Huntley D A, Bowen A J. Two-dimensional surf beat: long wave generation by a time-varying breakpoint[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1982, 87(C1): 492-498.
- [5] Zheng Zhenjun, Dong Guohai, Huang Xuezhong, et al. Infragravity waves at the Hambantota port located in the North Indian Ocean[J]. *Applied Ocean Research*, 2023, 138: 103658.
- [6] Oh J E, Chang Y S, Ryu K H, et al. Infragravity wave height dependency on short wave parameters - observations on the east coast of South Korea[J]. *Frontiers in Marine Science*, 2023, 10: 1194472.
- [7] Matsuba Y, Shimozono T, Sato S. Infragravity wave dynamics on Seisho Coast during Typhoon Lan in 2017[J]. *Coastal Engineering Journal*, 2020, 62(2): 299-316.
- [8] Bertin X, Martins K, de Bakker A, et al. Energy transfers and reflection of infragravity waves at a dissipative beach under storm waves[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2020, 125(5): e2019JC015714.
- [9] Moura T, Baldock T E. The influence of free long wave generation on the shoaling of forced infragravity waves[J]. *Journal of Marine Science and Engineering*, 2019, 7(9): 305.
- [10] Aagaard T, Greenwood B. Infragravity wave contribution to surf zone sediment transport - The role of advection[J]. *Marine Geology*, 2008, 251(1/2): 1-14.
- [11] de Bakker A T M, Brinkkemper J A, van der Steen F, et al. Cross-shore sand transport by infragravity waves as a function of beach steepness[J]. *Journal of Geophysical Research: Earth Surface*, 2016, 121(10): 1786-1799.
- [12] Mase H, Tamada T, Yasuda T, et al. Wave runup and overtopping at seawalls built on land and in very shallow water[J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 2013, 139(5): 346-357.
- [13] Altomare C, Suzuki T, Chen Xuexue, et al. Wave overtopping of sea dikes with very shallow foreshores[J]. *Coastal Engineering*, 2016, 116: 236-257.
- [14] da Silva P G, Coco G, Garnier R, et al. On the prediction of runup, setup and swash on beaches[J]. *Earth-Science Reviews*, 2020, 204: 103148.
- [15] Liu Ye, Li Shaowu, Liao Zhiling, et al. Physical and numerical modeling of random wave transformation and overtopping on reef topo-

- graphy[J]. *Ocean Engineering*, 2021, 220: 108390.
- [16] Bowers E C. Harbour resonance due to set-down beneath wave groups[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1977, 79(1): 71–92.
- [17] 高俊亮, 郑振钧, 马小舟, 等. 不规则波诱发港湾共振条件下的低频长波实验研究[J]. *哈尔滨工程大学学报*, 2021, 42(7): 975–982.
- Gao Junliang, Zheng Zhenjun, Ma Xiaozhou, et al. Low-frequency long waves during harbor resonance induced by irregular waves[J]. *Journal of Harbin Engineering University*, 2021, 42(7): 975–982.
- [18] 金瑞佳, 张崇伟, 柳叶, 等. 顺应式海洋平台慢漂运动物理模型试验研究[J]. *海洋工程*, 2021, 39(4): 38–45.
- Jin Ruijia, Zhang Chongwei, Liu Ye, et al. Physical model investigation on the slow drift motion of compliant mooring floating structure[J]. *The Ocean Engineering*, 2021, 39(4): 38–45.
- [19] Rijnsdorp D P, Reniers A J H M, Zijlema M. Free infragravity waves in the North Sea[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2021, 126(8): e2021JC017368.
- [20] Longuet-Higgins M S, Stewart R W. Changes in the form of short gravity waves on long waves and tidal currents[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1960, 8(4): 565–583.
- [21] Whitham G B. Mass, momentum and energy flux in water waves[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1962, 12(1): 135–147.
- [22] Phillips O M. *The Dynamics of the Upper Ocean*[M]. 2nd ed. Cambridge: Cambridge University Press, 1977.
- [23] Mei C C, Stiassnie M, Yue D K P. *Theory and Applications of Ocean Surface Waves*[M]. New Jersey: World Scientific, 2005.
- [24] Liu Ye, Yao Yu, Liao Zhiling, et al. Fully nonlinear investigation on energy transfer between long waves and short-wave groups over a reef[J]. *Coastal Engineering*, 2023, 179: 104240.
- [25] Schäffer H A. Infragravity waves induced by short-wave groups[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1993, 247: 551–588.
- [26] Pomeroy A W M, Lowe R J, Van Dongeren A R, et al. Spectral wave-driven sediment transport across a fringing reef[J]. *Coastal Engineering*, 2015, 98: 78–94.
- [27] Ruju A, Lara J L, Losada I J. Radiation stress and low-frequency energy balance within the surf zone: a numerical approach[J]. *Coastal Engineering*, 2012, 68: 44–55.
- [28] van Dongeren A, Battjes J, Janssen T, et al. Shoaling and shoreline dissipation of low-frequency waves[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2007, 112(C2): C02011.
- [29] Vrećica T, Soffer R, Toledo Y. Infragravity wave generation by wind gusts[J]. *Geophysical Research Letters*, 2019, 46(16): 9728–9738.
- [30] Biesel F. Équations générales au second ordre de la houle irrégulière[J]. *La Houille Blanche*, 1952, 7: 372–376
- [31] Liao Zhiling, Li Shaowu, Liu Ye, et al. An analytical spectral model for infragravity waves over topography in intermediate and shallow water under nonbreaking conditions[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2021, 51(9): 2749–2765.
- [32] Contardo S, Lowe R J, Dufois F, et al. Free long wave generation: breakpoint forcing versus bound wave release[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2025, 130(7): e2025JC022377.
- [33] Janssen T T, Battjes J A, Van Dongeren A R. Long waves induced by short-wave groups over a sloping bottom[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2003, 108(C8): 3252.
- [34] Kostense J K. Measurements of surf beat and set-down beneath wave groups[C]//Proceedings of the 19th International Conference on Coastal Engineering. Houston: ASCE, 1984: 724–740.
- [35] Hasselmann K. On the non-linear energy transfer in a gravity-wave spectrum Part 1. General theory[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1962, 12(4): 481–500.
- [36] Herbers T H C, Elgar S, Guza R T. Infragravity-frequency (0.005–0.05 Hz) motions on the shelf. Part I: forced waves[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1994, 24(5): 917–927.
- [37] Bowers E C. Low frequency waves in intermediate water depths[C]//Proceedings of the 23rd International Conference on Coastal Engineering. Venice, Italy: ASCE, 1992: 832–845.
- [38] van Leeuwen P J. *Low frequency wavegeneration due to breaking wind waves*[D]. Delft, Netherlands: TU Delft, 1992.
- [39] Molin B. *On the generation of long-period second-order free-waves due to changes in the bottom profile*[R]. Tokyo, Japan: Ship Research Institute, 1982.
- [40] Mei C C, Benmoussa C. Long waves induced by short-wave groups over an uneven bottom[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1984, 139: 219–235.
- [41] Liu P L F. A note on long waves induced by short-wave groups over a shelf[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 1989, 205: 163–170.
- [42] Zou Qingping. Generation, transformation, and scattering of long waves induced by a short-wave group over finite topography[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2011, 41(10): 1842–1859.
- [43] Liao Zhiling, Liu Ye, Liu Wenhe, et al. Experimental investigation of evolution of infragravity waves over a large-scale shoal[J]. *Coastal Engineering*, 2025, 197: 104687.
- [44] Liao Zhiling, Zou Qingping, Liu Ye, et al. Unified analytical solution for group-induced infragravity waves based on Green's function[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2023, 967: A37.
- [45] Baldock T E, Huntley D A, Bird P A D, et al. Breakpoint generated surf beat induced by bichromatic wave groups[J]. *Coastal Engineering*, 2000, 39(2/4): 213–242.
- [46] Baldock T E, Huntley D A. Long-wave forcing by the breaking of random gravity waves on a beach[J]. *Proceedings of the Royal Soci-*

- ety A: *Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2002, 458(2025): 2177–2201.
- [47] Moura T, Baldock T E. New evidence of breakpoint forced long waves: laboratory, numerical, and field observations[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2018, 123(4): 2716–2730.
- [48] Masselink G. Group bound long waves as a source of infragravity energy in the surf zone[J]. *Continental Shelf Research*, 1995, 15(13): 1525–1547.
- [49] Pomeroy A, Lowe R, Symonds G, et al. The dynamics of infragravity wave transformation over a fringing reef[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2012, 117(C11): C11022.
- [50] Contardo S, Symonds G, Dufois F. Breakpoint forcing revisited: Phase between forcing and response[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2018, 123(2): 1354–1363.
- [51] List J H. Wave groupiness variations in the nearshore[J]. *Coastal Engineering*, 1991, 15(5/6): 475–496.
- [52] Mase H. Groupiness factor and wave height distribution[J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 1989, 115(1): 105–121.
- [53] Power H E, Hughes M G, Aagaard T, et al. Nearshore wave height variation in unsaturated surf[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2010, 115(C8): C08030.
- [54] Liu Ye, Li Shaowu. Variation of wave groupiness across a fringing reef[J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 2018, 144(6): 04018022.
- [55] Guza R T, Thornton E B. Swash oscillations on a natural beach[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1982, 87(C1): 483–491.
- [56] Guza R T, Thornton E B, Holman R A. Swash on steep and shallow beaches[C]//Proceedings of the 19th International Conference on Coastal Engineering. Houston: ASCE, 1984: 708–723.
- [57] Sénéchal N, Bonneton P, Dupuis H. Field observations of irregular wave transformation in the surf zone[C]//Proceedings of the Fourth Conference on Coastal Dynamics. Lund: ASCE, 2001: 62–71.
- [58] Tissier M, Bonneton P, Michallet H, et al. Infragravity-wave modulation of short-wave celerity in the surf zone[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2015, 120(10): 6799–6814.
- [59] Mase H, Iwagaki Y. Run-up of random waves on gentle slopes[C]//Proceedings of the 19th International Conference on Coastal Engineering. Houston: ASCE, 1984: 593–609.
- [60] Mase H. Random wave runup height on gentle slope[J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 1989, 115(5): 649–661.
- [61] Peregrine D H. Water-wave interaction in the surf zone[C]//Proceedings of the 14th International Conference on Coastal Engineering. Copenhagen: ASME, 1974: 500–517.
- [62] Marche F, Bonneton P, Fabrie P, et al. Evaluation of well-balanced bore-capturing schemes for 2D wetting and drying processes[J]. *International Journal for Numerical Methods in Fluids*, 2007, 53(5): 867–894.
- [63] Tissier M, Bonneton P, Ruessink G. Infragravity waves and bore merging[C]//Aagaard T, Deigaard R, Fuhrman D. Proceedings of Coastal Dynamics 2017. Helsingør, Denmark: Springer, 2017: 451–460.
- [64] Battjes J A, Bakkenes H J, Janssen T T, et al. Shoaling of subharmonic gravity waves[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2004, 109(C2): C02009.
- [65] de Bakker A T M, Tissier M F S, Ruessink B G. Beach steepness effects on nonlinear infragravity-wave interactions: a numerical study[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2016, 121(1): 554–570.
- [66] de Bakker A T M, Herbers T H C, Smit P B, et al. Nonlinear infragravity-wave interactions on a gently sloping laboratory beach[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 2015, 45(2): 589–605.
- [67] Henderson S M, Guza R T, Elgar S, et al. Nonlinear generation and loss of infragravity wave energy[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2006, 111(C12): C12007.
- [68] Baldock T E. Dissipation of incident forced long waves in the surf zone—Implications for the concept of “bound” wave release at short wave breaking[J]. *Coastal Engineering*, 2012, 60: 276–285.
- [69] Green G. On the motion of waves in a variable canal of small depth and width[J]. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 1838, 6: 457.
- [70] Zhang Qinghui, Toorman E A, Monbaliu J. Shoaling of bound infragravity waves on plane slopes for bichromatic wave conditions[J]. *Coastal Engineering*, 2020, 158: 103684.
- [71] Li Shaowu, Liao Zhiling, Liu Ye, et al. Evolution of infragravity waves over a shoal under nonbreaking conditions[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2020, 125(8): e2019JC015864.
- [72] Ardhuin F, Rawat A, Aucan J. A numerical model for free infragravity waves: definition and validation at regional and global scales[J]. *Ocean Modelling*, 2014, 77: 20–32.
- [73] 高翔. 次重力波驱动力及其与短波相关性研究[D]. 大连: 大连理工大学, 2024.  
Gao Xiang. Study of the driving force of infragravity wave and its correlation with short waves[D]. Dalian: Dalian University of Technology, 2024.
- [74] Matsuba Y, Roelvink D, Reniers A J H M, et al. Reconstruction of directional spectra of infragravity waves[J]. *Journal of Geophysical*

- Research: Oceans, 2022, 127(7): e2021JC018273.
- [75] de Souza e Silva M G, Kerpen N B, Rosman P C C, et al. Directional infragravity waves induced by bichromatic and bidirectional waves: theoretical approach and experimental affirmation[J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 2022, 148(5): 04022012.
- [76] Sheremet A, Guza R T, Elgar S, et al. Observations of nearshore infragravity waves: seaward and shoreward propagating components[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2002, 107(C8): 3095.
- [77] Ruessink B G. Bound and free infragravity waves in the nearshore zone under breaking and nonbreaking conditions[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1998, 103(C6): 12795–12805.
- [78] Guedes R M C, Bryan K R, Coco G. Observations of wave energy fluxes and swash motions on a low-sloping, dissipative beach[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2013, 118(7): 3651–3669.
- [79] Henderson S M, Bowen A J. Observations of surf beat forcing and dissipation[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2002, 107(C11): 3193.
- [80] de Bakker A T M, Tissier M F S, Ruessink B G. Shoreline dissipation of infragravity waves[J]. *Continental Shelf Research*, 2014, 72: 73–82.
- [81] Lin Y H, Hwung H H. Infra-gravity wave generation by the shoaling wave groups over beaches[J]. *China Ocean Engineering*, 2012, 26(1): 1–18.
- [82] Lowe R J, Falter J L, Bandet M D, et al. Spectral wave dissipation over a barrier reef[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2005, 110(C4): C04001.
- [83] Fiedler J W, Smit P B, Brodie K L, et al. The offshore boundary condition in surf zone modeling[J]. *Coastal Engineering*, 2019, 143: 12–20.
- [84] Rijnsdorp D P, Smit P B, Guza R T. A nonlinear, non-dispersive energy balance for surfzone waves: infragravity wave dynamics on a sloping beach[J]. *Journal of Fluid Mechanics*, 2022, 944: A45.
- [85] Hughes M G, Aagaard T, Baldock T E, et al. Spectral signatures for swash on reflective, intermediate and dissipative beaches[J]. *Marine Geology*, 2014, 355: 88–97.
- [86] Smit P B, Janssen T T, Herbers T H C, et al. Infragravity wave radiation across the shelf break[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2018, 123(7): 4483–4490.
- [87] Huntley D A, Guza R T, Thornton E B. Field observations of surf beat: 1. Progressive edge waves[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1981, 86(C7): 6451–6466.
- [88] Suhayda J N. Standing waves on beaches[J]. *Journal of Geophysical Research*, 1974, 79(21): 3065–3071.
- [89] Guza R T, Thornton E B. Observations of surf beat[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1985, 90(C2): 3161–3172.
- [90] Henderson S M, Elgar S, Bowen A J. Observations of surf beat propagation and energetics[C]//Proceedings of the 27th International Conference on Coastal Engineering. Sydney: ASCE, 2000: 1412–1421.
- [91] Rijnsdorp D P, Ruessink G, Zijlema M. Infragravity-wave dynamics in a barred coastal region, a numerical study[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2015, 120(6): 4068–4089.
- [92] Elgar S, Herbers T H C, Guza R T. Reflection of ocean surface gravity waves from a natural beach[J]. *Journal of Physical Oceanography*, 1994, 24(7): 1503–1511.
- [93] Okihiro M, Guza R T. Infragravity energy modulation by tides[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 1995, 100(C8): 16143–16148.
- [94] Thomson J, Elgar S, Raubenheimer B, et al. Tidal modulation of infragravity waves via nonlinear energy losses in the surfzone[J]. *Geophysical Research Letters*, 2006, 33(5): L05601.
- [95] Lara J L, Ruju A, Losada I J. Reynolds averaged Navier—Stokes modelling of long waves induced by a transient wave group on a beach[J]. *Proceedings of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 2011, 467(2129): 1215–1242.
- [96] Inch K, Davidson M, Masselink G, et al. Observations of nearshore infragravity wave dynamics under high energy swell and wind-wave conditions[J]. *Continental Shelf Research*, 2017, 138: 19–31.
- [97] Inch K, Davidson M, Masselink G, et al. Correcting wave reflection estimates in the coastal zone[J]. *Coastal Engineering*, 2017, 119: 65–71.
- [98] Dong Guohai, Ma Xiaozhou, Perlin M, et al. Experimental study of long wave generation on sloping bottoms[J]. *Coastal Engineering*, 2009, 56(1): 82–89.
- [99] Padilla E M, Alsina J M. Long wave generation induced by differences in the wave-group structure[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2018, 123(12): 8921–8940.
- [100] Moura T, Baldock T E. Remote sensing of the correlation between breakpoint oscillations and infragravity waves in the surf and swash zone[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2017, 122(4): 3106–3122.
- [101] Quataert E, Storlazzi C, Van Rooijen A, et al. The influence of coral reefs and climate change on wave-driven flooding of tropical coastlines[J]. *Geophysical Research Letters*, 2015, 42(15): 6407–6415.
- [102] Masselink G, Tuck M, McCall R, et al. Physical and numerical modeling of infragravity wave generation and transformation on coral

- reef platforms[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2019, 124(3): 1410–1433.
- [103] Paniagua-Arroyave J F, Adams P N, Parra S M, et al. Observations of surface-gravity-wave scattering and dissipation by an isolated shoal related to a cusped foreland[J]. *Continental Shelf Research*, 2019, 173: 43–55.
- [104] Thotagamuwage D T, Pattiaratchi C B. Influence of offshore topography on infragravity period oscillations in Two Rocks Marina, Western Australia[J]. *Coastal Engineering*, 2014, 91: 220–230.
- [105] 廖智凌. 近岸水下浅滩上次重力波非线性演化机理及应用[D]. 天津: 天津大学, 2022.  
Liao Zhiling. Nonlinear evolution of infragravity waves over nearshore underwater shoals: mechanism and applications[D]. Tianjin: Tianjin University, 2022.
- [106] 赵松龄. 苏北浅滩成因的最新研究[J]. *海洋地质与第四纪地质*, 1991, 11(3): 105–112.  
Zhao Songling. The latest study on origin of the north Jiangsu Shoal[J]. *Marine Geology & Quaternary Geology*, 1991, 11(3): 105–112.
- [107] Bao Jingjing, Cai Feng, Shi Fengyan, et al. Morphodynamic response of sand waves in the Taiwan Shoal to a passing tropical storm[J]. *Marine Geology*, 2020, 426: 106196.
- [108] 谭子杰, 牛淑杰, 李茂田, 等. 崇明东滩北侧拦门沙浅滩涨落潮和大小潮冲淤过程及机制分析[J]. *华东师范大学学报(自然科学版)*, 2025(4): 147–157.  
Tan Zijie, Niu Shujie, Li Maotian, et al. Analysis of erosion–deposition processes and mechanisms during flood–ebb and spring–neap tides over the mouth bar shoal on the northern side of Chongming Dongtan[J]. *Journal of East China Normal University (Natural Science)*, 2025(4): 147–157.
- [109] 李绍武, 陈天慧, 廖智凌, 等. 浅滩地形上波浪破碎对低频波能放大的影响[J]. *海洋工程*, 2023, 41(1): 1–11.  
Li Shaowu, Chen Tianhui, Liao Zhiling, et al. Effects of wave breaking on the evolution of low-frequency wave energy over shoal topography[J]. *The Ocean Engineering*, 2023, 41(1): 1–11.
- [110] Liao Zhiling, Li Shaowu, Paniagua-Arroyave J F, et al. Infragravity wave amplification by isolated topography: field observations and semi-analytical modeling[J]. *Applied Ocean Research*, 2022, 122: 103119.
- [111] Ferrario F, Beck M W, Storlazzi C D, et al. The effectiveness of coral reefs for coastal hazard risk reduction and adaptation[J]. *Nature Communications*, 2014, 5(1): 3794.
- [112] Roeber V, Bricker J D. Destructive tsunami-like wave generated by surf beat over a coral reef during Typhoon Haiyan[J]. *Nature Communications*, 2015, 6(1): 7854.
- [113] Liu Ye, Li Shaowu, Chen Songgui, et al. Random wave overtopping of vertical seawalls on coral reefs[J]. *Applied Ocean Research*, 2020, 100: 102166.
- [114] Cheriton O M, Storlazzi C D, Rosenberger K J. Observations of wave transformation over a fringing coral reef and the importance of low-frequency waves and offshore water levels to runup, overwash, and coastal flooding[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2016, 121(5): 3121–3140.
- [115] Becker J M, Merrifield M A, Yoon H. Infragravity waves on fringing reefs in the tropical Pacific: dynamic setup[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2016, 121(5): 3010–3028.
- [116] Yao Yu, Jia Meijun, Jiang Changbo, et al. Laboratory study of wave processes over fringing reefs with a reef-flat excavation pit[J]. *Coastal Engineering*, 2020, 158: 103700.
- [117] Buckley M L, Lowe R J, Hansen J E, et al. Mechanisms of wave-driven water level variability on reef-fringed coastlines[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2018, 123(5): 3811–3831.
- [118] Péquignet A N, Becker J M, Merrifield M A. Energy transfer between wind waves and low-frequency oscillations on a fringing reef, Ipan, Guam[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2014, 119(10): 6709–6724.
- [119] Zhu Gan Cheng, Wen Hongjie, Dong Ping, et al. Experimental investigation of infragravity wave propagation on a porous reef[J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 2023, 149(3): 04023003.
- [120] Beetham E, Kench P S, O’Callaghan J, et al. Wave transformation and shoreline water level on Funafuti Atoll, Tuvalu[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2016, 121(1): 311–326.
- [121] Péquignet A C N, Becker J M, Merrifield M A, et al. Forcing of resonant modes on a fringing reef during tropical storm Man-Yi[J]. *Geophysical Research Letters*, 2009, 36(3): L03607.
- [122] Nwogu O, Demirbilek Z. Infragravity wave motions and runup over shallow fringing reefs[J]. *Journal of Waterway, Port, Coastal, and Ocean Engineering*, 2010, 136(6): 295–305.
- [123] Gawehn M, van Dongeren A, van Rooijen A, et al. Identification and classification of very low frequency waves on a coral reef flat[J]. *Journal of Geophysical Research: Oceans*, 2016, 121(10): 7560–7574.
- [124] Rutten J, Torres-Freyermuth A, Puleo J A. Uncertainty in runup predictions on natural beaches using XBeach nonhydrostatic[J]. *Coastal Engineering*, 2021, 166: 103869.
- [125] Yao Yu, Zhang Qiming, Becker J M, et al. Boussinesq modeling of wave processes in field fringing reef environments[J]. *Applied Ocean Research*, 2020, 95: 102025.
- [126] Liu Ye, Liao Zhiling, Fang Kezhao, et al. Uncertainty of wave runup prediction on coral reef-fringed coasts using SWASH model[J]. *Ocean Engineering*, 2021, 242: 110094.

## Review on generation and evolution of infragravity waves

Liu Ye<sup>1</sup>, Liao Zhiling<sup>2</sup>, Liu Qi<sup>1</sup>, Li Shaowu<sup>1</sup>

(1. *State Key Laboratory of Hydraulic Engineering Intelligent Construction and Operation, Tianjin University, Tianjin 300072, China*; 2. *The Lyell Centre for Earth and Marine Science and Technology, Institute for Infrastructure and Environment, Heriot-Watt University, Edinburgh EH14 4AS, UK*)

**Abstract:** Infragravity waves (with periods of 25–250 s) are critical components of nearshore hydrodynamic processes and have significant influence on coastal geomorphological evolution and engineering safety. Based on the conservation equations of mass, momentum, and energy, this paper systematically reviews the latest research progress on the generation mechanisms and evolution characteristics of infragravity waves. Regarding generation mechanisms, the review elaborates on four primary mechanisms: bound long waves, moving breakpoint forcing, bore merging, and wind gusts. Particular attention is given to the theoretical development from the classical equilibrium solution to non-equilibrium solutions for bound long waves, along with the recently proposed unified Green's function approach. In terms of propagation and evolution, the phase variation and energy transfer, nonlinear shoaling, nearshore dissipation, and shoreline reflection of infragravity waves on sloping beaches are introduced. Then, the amplification of infragravity waves over offshore raised topographies and coral reefs is also examined. The article further points out the inherent randomness present during the evolution of infragravity waves. Finally, future research directions are outlined, providing a theoretical reference for further study and application in terms of infragravity waves.

**Key words:** infragravity waves; radiation stress; bound long waves; moving breakpoint forcing; nonlinear shoaling; coral reef